



Dossier Opdracht 1

Statistiek - Didactiek

Naam: Thomas Sluyter
Nummer: 1018808
Jaar / Klas: 1e jaar "Docent Wiskunde", deeltijd
Datum: 16 september, 2007

Samenvatting

De "Getal en ruimte" serie van EPN biedt de leerling een gevarieerd aanbod wat betreft het onderwerp statistiek. In het eerste jaar bereidt men de leerling voor, door de introductie van breuken, procenten en grafieken. In het tweede en derde leerjaar gaat de leerling aan de slag met statistische gegevens, centrummaten en een klassikaal onderzoek.

Hoewel de "Getal en ruimte" boeken een compleet aanbod aan leerstof bieden hebben zij in mijn ogen één groot gebrek. Zowel de boeken, als de reeks zelf, vind ik nodeloos uitgebreid. Voor het eerste jaar alleen al kan men kiezen uit zeven verschillende series. Elk boek uit de serie bevat een "multimediale explosie" met een overdaad aan kleuren en afbeeldingen.

Dit document is onderdeel van mijn einddossier voor het vak "Statistiek Didactiek". De overige documenten uit dit dossier zijn beschikbaar op mijn Sharepoint site: <https://www.sharepoint.hu.nl/personal/1018808>

Versie geschiedenis

Rev.	Datum	Door	Aanpassingen
01	07/09/2007	T.F. Sluyter	Eerste versie
01	Nvt	Nvt	Review
02	16/09/2007	T.F. Sluyter	Grammatica controle. Layout correcties.
02			Review

Inhoudsopgave

INLEIDING	4
De opdracht	4
De gekozen leermethode en richting	4
Opbouwschema "Getal en ruimte"	5
HAVO / VWO, JAAR 1	6
Getal en ruimte: Boek 1-1	6
Hoofdstuk 4 - Grafieken	6
Getal en ruimte: Boek 1-2	8
Hoofdstuk GWA - Darten	8
HAVO / VWO, JAAR 2	9
Getal en ruimte: Boek 2-1	9
Hoofdstuk 4 - Procenten en diagrammen	9
Hoofdstuk Gemengde opgaven	11
Getal en ruimte: Boek 2-2	12
Hoofdstuk 9 - Statistiek en kans	12
Hoofdstuk GWA	15
HAVO, JAAR 3	17
Getal en ruimte: Boek 3-1	17
Hoofdstuk 1 - Lineaire verbanden	17
Hoofdstuk 2 - Gelijkvormige driehoeken	17
Hoofdstuk 3 - Kwadratische verbanden	18
Hoofdstuk 5 - Statistiek en procenten	18
Getal en ruimte: Boek 3-2	21
Hoofdstuk 8 - Allerlei verbanden	22
Hoofdstuk 9 - Informatieverwerking	23
AFBEELDINGEN EN FIGUREN	26
BRONNEN	26

Inleiding

De opdracht

In de onderbouw van het voortgezet onderwijs wordt al les gegeven in statistiek. Dossier opdracht 1 vraagt ons na te gaan in welke mate deze leerstof wordt behandeld en op welke momenten.

Hierbij worden de volgende randvoorwaarden gegeven:

- Kies één wiskunde methode.
- Kies één leerrichting (of VMBO, of HAVO).
- Maak voor elk hoofdstuk dat statistiek behandelt een samenvatting met een lijst van steekwoorden.
- Kies voor elk relevant hoofdstuk twee leerling-opdrachten, sluit die bij het rapport in en werk een "leerlinguitwerking" uit.

De gekozen leermethode en richting

Ruim vijftien jaar geleden begon ik aan het HAVO, te Veenendaal. Gedurende die vijf jaar hebben we altijd gebruik gemaakt van de "Getal en ruimte" serie, van EPN. Toen waren dat nog grauwe boeken, met afbeeldingen in stemmig grijs en rood. Sindsdien is er veel veranderd in het onderwijs. Zowel de onderwijsmethoden als de stof zelf zijn verder geëvolueerd.

Ik heb voor deze dossieropdracht gekozen voor de "**Getal en ruimte**" methode, omdat ik nieuwsgierig was hoe deze serie tegenwoordig te werk gaat. Ik heb mij gericht op de boeken die voor de **HAVO** doelgroep zijn bedoeld.

Afgezien van de inhoud van de volgende hoofdstukken vind ik de boeken er veel te ingewikkeld en druk uit zien. Zij bevatten een overdaad aan kleur en afbeeldingen, met op elke pagina wel een eyecatcher. Deze multimediale ervaring is overigens niet alleen gericht op de leerling. EPN pretendeert ook de docent tegemoet te komen met kleurrijke iconen in de kantlijn.

Opbouwschema “Getal en ruimte”

Voor de eerste twee jaren van het HAVO heeft EPN een tweetal vertakkingen gemaakt in de “Getal en ruimte” reeks. Men kan kiezen uit VMBO-T/HAVO en HAVO/VWO. Sterker nog, voor het eerste jaar heeft men zeven verschillende instromen gerealiseerd: vier voor het VMBO en drie voor het HAVO/VWO.



Figuur 1

Volgens de website van EPN heeft men gekozen voor deze brede aanpak, om zo elke leerling een op maat gemaakt pakket aan te kunnen bieden. Op deze manier zou elke leerling naar zijn vermogen studeren.

"Getal en Ruimte kiest voor maatwerk om recht te doen aan verschillen tussen leerlingen op vmbo en havo/vwo. De doorlopende leerlijnen krijgen echt hun eigen gezicht met eigen delen. Van Praktijkonderwijs tot en met Engelstalig havo/vwo: met wel 7 (!) verschillende stromen is er altijd een passend leermiddel voor iedere leerling."

Bron: <http://docent.getalenruimte.epn.nl>

Persoonlijk vind ik het een nodeloos ingewikkelde aanpak, die tot verwarring kan leiden over de te gebruiken stof. Er is ook zoiets als te veel keuze bieden

HAVO / VWO, Jaar 1

In het eerste jaar van de HAVO wordt nog geen les gegeven in statistiek als zodanig. De leerling wordt geïntroduceerd tot een aantal onderwerpen, dat later de opstap zal vormen naar statistiek. Ook krijgt hij fictieve, statische gegevens voorgeschoteld.

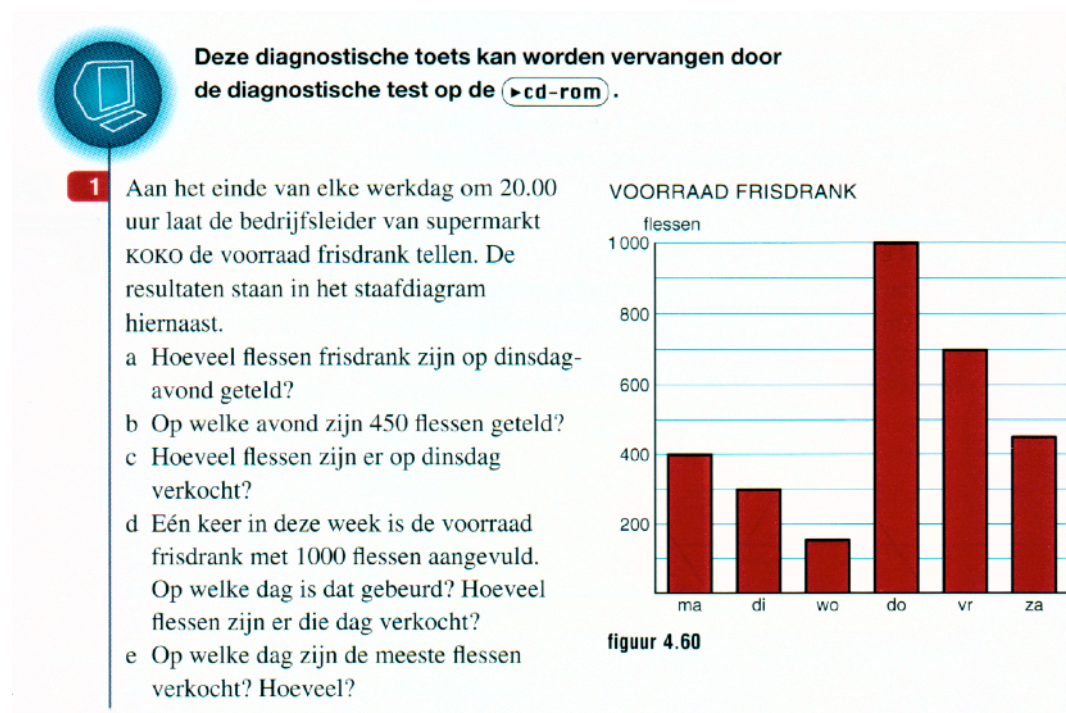
Getal en ruimte: Boek 1-1

Hoofdstuk 4 - Grafieken

De leerling krijgt voor het eerst echt te maken met het lezen en interpreteren van diagrammen en grafieken. Vooral nog begint men met beeld- en staafdiagrammen. De link wordt gelegd tussen tabellen en grafieken en hoe men de één met behulp van de ander maakt. Tevens wordt het concept van "grafen" geïntroduceerd. Zij zullen bij kansberekening worden gebruikt.

Kernwoorden

- Tabellen lezen, begrijpen, aanvullen en zelf maken
- Grafieken lezen, begrijpen, aanvullen en zelf maken
- Grafen lezen, begrijpen, aanvullen en zelf maken
- Verhoudingen tussen stappen in een grafiek, groei en afname
- Periodieke herhalingen in grafieken

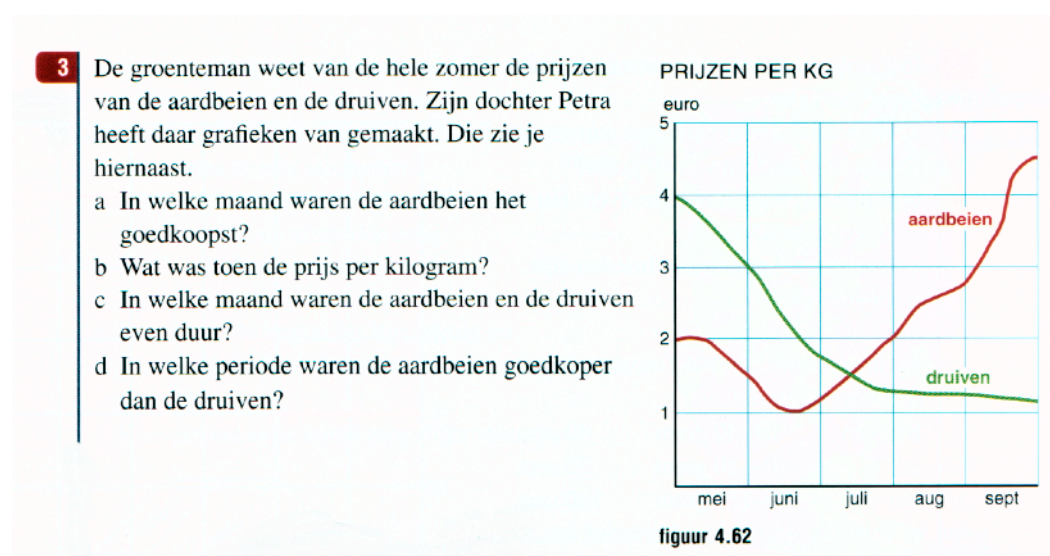


Figuur 2

In figuur 2 presenteert men de leerling een grafiek met meetwaarden. Uit deze grafiek moet hij dagwaardes uit kunnen lezen. Daarnaast wordt van de leerling verwacht dat hij ook buiten de grafiek om kan rekenen (totalen) en dat hij een simpele oorzaak-gevolg situatie herkent.

Leerling uitwerking figuur 2:

- 1a) De aantallen van dinsdag staan in de tweede kolom. Op dinsdag avond waren er 300 flessen frisdrank aanwezig.
- 1b) "450" ligt halverwege tussen "400" en de ongemarkeerde lijn er boven (die voor "500" staat). Zaterdag is de enige dag wiens kolom op dat punt eindigt.
- 1c) De verkoop van frisdrank staat niet in deze grafiek. Maar omdat 20:00 na sluitingstijd is, kan je er van uit gaan dat de gemeten hoeveelheid ook het startaantal is van de volgende dag. Op dinsdag begon men met 400 flessen en eindigde men met 300. Er zijn dus 100 flessen verkocht.
- 1d) Op donderdag is de eindvoorraad 1000. Dit kan alleen als de levering op donderdag heeft plaats gevonden. Men begon de dag met 150 flessen, kreeg er 1000 bij en eindigde met 1000. Er zijn dus 150 flessen verkocht op donderdag.
- 1e) Kijk naar het verschil in hoogte tussen twee kolommen. Deze zijn voor de hele week 100, 150, 150 (na levering van 1000), 300 en 250. Op vrijdag zijn dus de meeste flessen frisdrank verkocht.



Figuur 3

Bij figuur 3 interpreteert de leerling een grafiek met statistische gegevens. De grafiek volgt de prijs van twee product lijnen over een periode van vijf maanden. De leerling moet bewijzen onderscheid te kunnen maken tussen beide producten en dat hij het verschil tussen beide grafieklijnen snapt.

Leerling uitwerking bij figuur 3:

- 3a) De prijs van aardbeien wordt aangegeven met de rode lijn. Je vindt de laagste prijs door te zoeken naar het laagste punt van de grafiek. Die zit in de maand juni.
- 3b) Op het laagste punt van de aardbeien-lijn raakt de grafiek de lijn van 1 euro. De prijs was toen dus 1 euro per kilo.
- 3c) De prijs van druiven wordt aangegeven met de groene lijn. Aardbeien en druiven zijn even duur wanneer hun grafieken elkaar raken ("kruisen"). Dit gebeurt in de maand juli.
- 3d) Aardbeien zijn goedkoper dan druiven op de momenten dat de rode lijn lager ligt dan de groene. Aardbeien waren goedkoper van mei tot en met half juli.

Getal en ruimte: Boek 1-2

Hoofdstuk GWA - Darten

Opdrachten 9 en 10 gaan over het analyseren van dart scores. "Wie won er? Met hoeveel punten? Met hoeveel worpen? Welke tactiek is er gebruikt?" Op deze manier begint de leerling met het verzamelen en analyseren van statistische gegevens.

HAVO / VWO, Jaar 2

In het tweede jaar gaat de leerling echt rekenen met statistische gegevens. Hij maakt kennis met de verschillende diagrammen, de centrummaten en maakt een begin met telproblemen.

Getal en ruimte: Boek 2-1

Hoofdstuk 4 - Procenten en diagrammen

De leerling leert werken met percentages en verhoudingen en hoe zij zich verhouden tot de eerder geleerde breuken. Tevens keren de tabellen en diagrammen terug. Dit is tevens de eerste keer dat het woord "statistiek" wordt gebruikt in de leerstof.

Kernwoorden

- Breuken, percentages en verhoudingen
- Beeld, staaf en lijndiagrammen
- Tabellen en grafieken
- Cirkeldiagrammen en histogrammen
- Steel-blad-diagram en het dubbele steel-blad-diagram
- Diagrammen met Excel maken

57 Het dubbel steel-bladdiagram in figuur 4.28 geeft informatie over het aantal telefoon- en tv-toestellen in de EU-landen in 2002.

AANTAL TOESTELLEN PER 100 INWONERS PER LAND IN DE EU

aantal telefoontoestellen per 100 inwoners		aantal televisietoestellen per 100 inwoners
	2	9
6 3 2	3	0 5 5
7 6 5 5 3 2	4	0 3 3 5
9 5 3 2 0	5	0 3 4 6 8
8	6	3 7
eenheden	tientallen	eenheden

figuur 4.28

- Uit hoeveel landen bestond de EU in 2002?
- In hoeveel EU-landen zijn er meer dan 45 telefoontoestellen per 100 inwoners?
- Duitsland en Oostenrijk hebben evenveel telefoontoestellen per 100 inwoners. Hoeveel? In welke van deze twee landen zijn de meeste telefoontoestellen?
- In hoeveel EU-landen is er per drie inwoners minder dan één televisie?
- Ierland telt 3,5 miljoen inwoners. Er zijn hier per 100 inwoners het kleinste aantal televisies. Hoeveel televisies zijn er in Ierland?
- Nederland heeft 16 miljoen inwoners. Er staan in ons land bijna 8,5 miljoen televisies. Waar staat Nederland in het steel-blad-diagram? Welke steel en welk blad hoort hierbij?

Figuur 4

Naast het feit dat de leerling een (dubbel) steelblad diagram leert lezen in figuur 4, zit er ook een instinker in. De leerling moet bij stap C een logische beredenering maken die niet zomaar voor de hand ligt. De leerling interpreteert de meetwaarden en leidt nieuwe sommen af uit de gegevens.

Leerling uitwerking bij figuur 4:/

- 57a) Het steel-blad-diagram bevat de resultaten van twee metingen: één groep resultaten links en één rechts. Voor elk land van de EU is een meetwaarde genoteerd. Door het aantal meetwaarden aan één zijde te tellen weet je hoeveel landen er waren. Dat waren er 15.
- 57b) De middenbalk van het diagram toont de tientallen, de beide kanten de eenheden. Om deze vraag te beantwoorden tel je aan de linkerzijde, bij het tiental 40 alle eenheden groter dan 5 en bij de tientallen 50 en 60 tel je alle eenheden. In totaal zijn er 8 landen met meer dan 45 telefoons per 100 inwoners.
- 57c) Landen met een even groot aantal telefoons vind je door aan de linkerzijde te zoeken naar een eenheid die twee keer of vaker binnen één tiental voorkomt. In dit geval is dat het aantal 45.
- Beide landen hebben 45 telefoons per inwoner. Duitsland heeft meer telefoons dan Oostenrijk, omdat er in Duitsland veel meer mensen wonen.
- 57d) De grens die is gesteld is 1 TV per 3 inwoners. Om iets te hebben aan de tabel moeten we eerst naar de 100 inwoners. Vermenigvuldig je beide cijfers met 33, dan krijg je 33 TV's per 99 inwoners. Dat is dichtbij genoeg. Tel aan de rechter kant van het diagram het aantal eenheden lager dan 33. Dat zijn er 2.
- 57e) Het kleinste aantal TV's per 100 inwoners vind je helemaal bovenaan de rechter kant. Dat is 29 per 100. Ierland heeft 3,5 miljoen inwoners. Deel je dat door honderd, dan krijg je 350.000 groepjes van 100 inwoners. In Ierland zijn dus $350.000 \times 29 = 1.015.000$ TV's.
- 57f) Nederland heeft 16.000.000 inwoners en ong. 8.500.000 TV's. Dat betekent dat er $8.500.000 / (16.000.000 / 100) \approx 53$ TV's per honderd inwoners zijn. Aan de rechter kant staat Nederland bij steel 5 en blad 3.

- 7 Zie het lijndiagram in figuur 4.36.
- In welk jaar was de omzet het grootst?
 - In welke jaren was de omzet minder dan 400 000 euro?
 - In welk jaar was de toename van de omzet ten opzichte van het voorafgaande jaar het grootst?
 - In 2002 was de winst 12% van de omzet. Hoeveel euro was de winst in 2002?
 - Volgens Joris was de omzet halverwege 1994 al 375 000 euro. Wat denk je, heeft Joris meer verstand van ijsverkoop dan van lijndiagrammen? Waarom vind je dat?



Figuur 5

Het interpreteren van grafieken gaat verder waar men gebleven was. Bij de grafiek in figuur 5 gaat men rekenen met de cijfers uit de grafiek. Er moet ook een stelling worden beargumenteerd.

Leerling uitwerking bij figuur 5:

- De lijn in de grafiek laat het verloop van de omzet zien, door de jaren heen. De omzet was het grootst op het hoogste punt van de grafiek. Dat was in 1999.
- De y-as van de grafiek toont de omzet, in honderdduizenden euro's. Om de vraag te beantwoorden zoek je alle jaren die op de y-as onder de lijn van "4" zitten. Dit zijn 1993, 1994 en 1996.
- De snelheid van toe- en afname in de omzet zie je aan de steilheid van de lijn tussen twee punten. De lijn tussen de jaren 1996 en 1997 is het steilst van allemaal.
- Het meetpunt van 2002 staat op het zevende lijntje boven de "5". In 2002 was de omzet dus $5,7 \times 100.000$ euro. De omzet was dus 570.000. De winst besloeg 12% van dit bedrag. $(570.000 / 100) \times 12 = 5700 \times 12 = 68.400$ euro.
- Het meetpunt van 1994 staat op het vijfde lijntje boven de "3". Die lijn staat voor 350.000 euro. Sowieso kan de omzet dus halverwege het jaar niet hoger dan dat bedrag zijn geweest.

Hoofdstuk Gemengde opgaven

Opdracht 32 legt de eerste link tussen statistieken en mogelijke formules en vergelijkingen. Opdrachten 47-53 gaan allemaal over basis statistiek.

Getal en ruimte: Boek 2-2

Hoofdstuk 9 - Statistiek en kans

De leerling krijgt een eerste introductie tot kansberekening en tot de centrummaten. Hij leert over telproblemen, zoals "Wanneer vijf mensen elkaar allemaal de hand schudden, hoe vaak wordt er dan geschud?". Hij leert over diagrammen die in jaar 3, bij de echte kansberekening, worden ingezet.

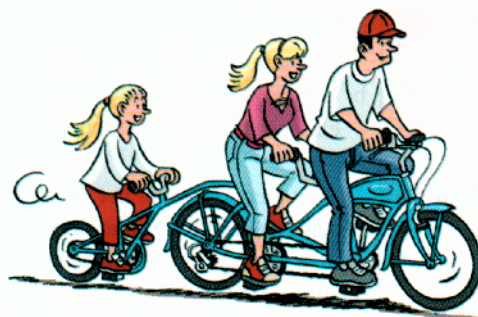
Kernwoorden

- Centrummaten, gemiddelde, modus en mediaan
- Kans en het vergelijken van kansen
- Telproblemen, schatten en het afvalstelsel
- Boom- en wegendiagrammen
- Centrummaten met Excel

3 Bij een enquête onder 30 gezinnen is gevraagd naar het aantal fietsen in het gezin. Daarbij is de volgende frequentieverdeling gemaakt.

aantal	0	1	2	3	4	5
frequentie	2	4	5	12	4	3

- a De modus is het waarnemingsgetal met de grootste frequentie. Welk aantal is de modus?
- b De mediaan krijg je door eerst de getallen in volgorde van grootte te zetten. Die rij begint met 0 0 1 1 1 1. Dat zijn er al zes van de dertig. Bij een even aantal getallen gaat het om het gemiddelde van de middelste twee. Maak de rij af totdat je de middelste twee opgeschreven hebt. Welke aantallen zijn de middelste twee? Welk getal is de mediaan?
- c Om het gemiddelde te berekenen moet je eerst het totale aantal fietsen weten. Dat aantal is
 $2 \times 0 + 4 \times 1 + 5 \times \dots + \dots + \dots + 3 \times 5 = \dots$
Bereken het gemiddelde aantal fietsen per gezin in één decimaal nauwkeurig.



Figuur 6

Met de opdracht in figuur 6 neemt men de leerling aan de hand bij het ontdekken van de centrummaten. De nadruk ligt niet op de uitkomst, maar op het "hoe".

Leerling uitwerking bij figuur 6:

- 6a) De frequentie staat in de onderste rij van de tabel. Het hoogste getal uit deze rij is "12". De modus is dus het bijbehorende aantal. Dat is "3".
- 6b) Als je 30 deelt door 2, dan krijg je 15. De hele serie getallen bestaat dus uit 2 groepjes van 15. De twee middelste getallen zijn dus de laatste van het eerste groepje (1 t/m 15) en de eerste van het tweede groepje (16 t/m 30). Je moet dus 16 getallen opschrijven om deze opdracht te kunnen maken.

De reeks wordt: 0 0 1 1 1 1 2 2 2 2 2 3 3 3 3 3. Het vijftiende en zestiende getal is "3". De mediaan is het gemiddelde van deze twee getallen. De mediaan is dus: $(3+3)/2 = 3$.

6c) Het gemiddelde is:

$$\begin{aligned} & ((2 \times 0) + (4 \times 1) + (5 \times 2) + (12 \times 3) + (4 \times 4) + (3 \times 5)) / 30 = \\ & (0 + 4 + 10 + 36 + 16 + 15) / 30 = \\ & 81 / 3 \approx 2,7 \end{aligned}$$

5 Martijn gooit twee keer met de dobbelsteen uit figuur 9.19a en telt de punten bij elkaar op. Om een idee te krijgen van de kans op een bepaald puntenaantal maakt Martijn een hokjesschema zoals in figuur 9.19b.

a Hoeveel hokjes zijn er in totaal?

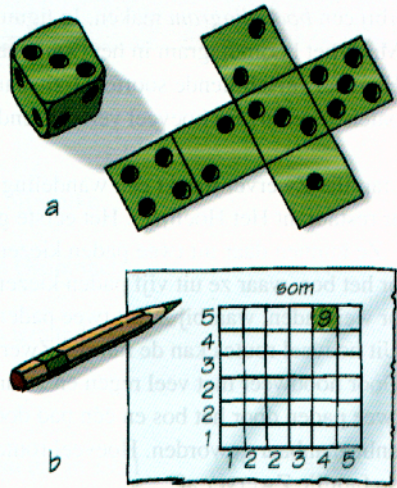
b Waarom staat 9 in het groene vakje?

c Vul het schema van Martijn in het **►werkboek** in.

d In hoeveel vakjes staat een 3? En in hoeveel vakjes staat een 8?

e Welke kans is het grootst, de kans op som 3 of de kans op som 8?

f Welke kans is groter, de kans op 'som is even' of de kans op 'som is oneven'?



Figuur 7

De leerling moet beredeneren hoeveel verschillende combinaties mogelijk zijn met de dobbelsteen uit figuur 7. Daarnaast moet hij kunnen bepalen voor welke situaties "de kans groter is". Er hoeft nog niet te worden gerekend, het gaat puur om beredenering.

Leerling uitwerking bij figuur 7:

5a) Een dobbelsteen heeft zes kanten. De ene dobbelsteen staat langs de x-as, de andere langs de y-as. Het schema heeft dus $6 \times 6 = 36$ hokjes.

5b) Het schema bevat toont voor elke mogelijke worp met de twee dobbelstenen het totale aantal ogen. Als de ene steen een "4" is en de andere een "5", dan is het totale 9.

5c)

6	7	8	8	10	11	12
5	6	7	7	9	10	11
4	5	6	6	8	9	10
2	3	4	4	6	7	8
2	3	4	4	6	7	8
1	2	3	3	5	6	7
	1	2	2	4	5	6

5d) Het getal "3" staat in 4 hokjes. Overal waar een "1" en een "2" is gegooid. Het getal "8" staat in 5 hokjes. Overal waar twee "4"en zijn gegooid en waar een "6" en een "2" zijn gegooid.

5e) De kans dat de som van de twee stenen een "8" is, is groter. Er zijn meer mogelijkheden om "8" te gooien (nl. 5), dan om "3" te gooien (nl. 3).

5f) Je kunt alleen een oneven getal als som krijgen als je EN een even, EN een oneven getal gooit. Een even som krijg je als je twee oneven getallen, of twee even getallen gooit. Er zijn 2 oneven getallen per steen. Er zijn vier even getallen per steen. De oneven sommen zijn in de tabel geel gekleurd.

Het aantal combinaties dat leidt tot een oneven som is $(2 \times 4) + (4 \times 2) = 16$. Je combineert OF één van de 4 even getallen met één van de 2 oneven getallen, OF het gaat precies andersom.

Het aantal combinaties dat leidt tot een even som is $(2 \times 2) + (4 \times 4) = 20$. Je combineert OF één van de 4 even getallen met één van de 4 even getallen, OF je combineert één van de 2 oneven getallen met één van de twee oneven getallen.

De kans op een even uitkomst is groter.

Hoofdstuk GWA

De leerlingen gaan in groepjes aan de slag met een eigen, statistisch onderzoek. Ze formuleren een onderzoeksvraag, bedenken deelvragen, maken de enquête formulieren, verwerken de resultaten en presenteren ze uiteindelijk voor de klas.

Kernwoorden

- Statistisch onderzoek
- Onderzoeksvraag en deelvragen
- Enquêteformulier en het afnemen van enquêtes
- Gegevens verwerken in de computer
- Presentatie van resultaten

STAP 2 Formuleer deelvragen

Stel in je groepje een lijst met deelvragen op. Vraag je af welke gegevens allemaal nodig zijn om de onderzoeksvraag te kunnen beantwoorden.

Voorbeeld

Deelvraag 1	Besteden de leerlingen met bijbaantjes minder tijd aan het huiswerk?
Deelvraag 2	Kijken de leerlingen die veel sporten minder naar de tv dan gemiddeld?
Deelvraag 3	Wie kijken gemiddeld meer naar de tv, de jongens of de meisjes?

Bij het opstellen van de deelvragen zorg je ervoor, dat verschillende kanten van de onderzoeksvraag belicht worden.

- 1 Bedenk nog enkele deelvragen bij de onderzoeksvraag hierboven.

STAP 3 Het enquêteformulier opstellen

Om de deelvragen te beantwoorden, stel je een aantal duidelijk geformuleerde enquêtevragen op. Om deelvraag 1 te beantwoorden, zul je moeten weten hoeveel uur een leerling aan huiswerk besteedt en met zijn baantje druk is. Je zou dus de volgende enquêtevragen kunnen opstellen.

- I Hoeveel uur per week besteed je aan huiswerk?
- II Hoeveel uur per week besteed je aan je bijbaantje?

- 2 Bedenk enkele enquêtevragen om de deelvragen 2 en 3 te kunnen beantwoorden. Doe het zo, dat deze deelvragen kort en bondig te beantwoorden zijn.

Zorg bij enquêtevragen voor eenduidigheid door bijvoorbeeld een aantal keuze-antwoorden aan te bieden. Formuleer de vragen zo, dat de antwoorden verwerkt kunnen worden in een databestand.

Figuur 8

Leerling uitwerking bij figuur 8:

Bij dit soort opdrachten is het niet mogelijk om een leerling uitwerking te maken die het goede antwoord weer geeft. Er zijn vele goede antwoorden mogelijk. Per opdracht kunnen echter wel een aantal punten worden aangemerkt waaraan een antwoord moet voldoen.

Bij opdracht 1 gaat het om het formuleren van deelvragen voor het statistisch onderzoek. Elke vraag moet op een manier relevant zijn voor de hoofdvraag. Daarnaast moet elke vraag een statistisch doel hebben. De vraag gaat over aantallen, gemiddelden, en dergelijke. Het mooiste is het wanneer de leerling data uit twee verschillende bronnen met elkaar moet correleren.

Bij opdracht 2 bedenkt de leerling enquête vragen die tot een antwoord moeten leiden voor de deelvragen. Zij moeten dus direct gekoppeld zijn aan de inhoud van de deelvraag. Daarnaast moet het gaan om een gesloten vraag. De ondervraagde moet een kort antwoord kunnen geven en geen relaas ophangen.

HAVO, Jaar 3

In het laatste jaar van de onderbouw bedrijven de leerlingen de werkelijke beginselen van de statistiek. Centrummaten worden toegepast en men gaat aan de slag met ingewikkelde grafieken.

Statistiek duikt ook steeds vaker op in hoofdstukken die niet direct aan het onderwerp zijn gewijd.

Getal en ruimte: Boek 3-1

Hoofdstuk 1 - Lineaire verbanden

Sommige opdrachten en voorbeelden refereren naar statistieken e.d. met mogelijke lineaire verbanden. Bijvoorbeeld:

"Sinds 1985 is het aantal leden N van golfclubs sterk toegenomen. De bijbehorende formule is $N = 3500t + 18000$. Hierbij is t de tijd in jaren met $t=0$ in 1985."

Bron: "Getal en ruimte" boek 3-1, hoofdstuk 1.

Het gaat in dit geval nog niet om echte statistieken, maar om voorbeeld situaties. Essentie is echter dat de leerling gewaar wordt gemaakt van het feit dat sommige statistische gegevens met formules zijn te beschrijven.

Ook het computergedeelte van dit hoofdstuk gaat aan de gang met statistieken. Dit keer niet met lineaire verbanden, maar met grafieken die moeten worden geïnterpreteerd en omgezet in diagrammen.

Hoofdstuk 2 - Gelijkvormige driehoeken

In de paragraaf "Algemene vaardigheden" leert men de leerling onderzoek verrichten. De leerlingen gaan aan de slag met zoekmachines op het Internet. Helaas wordt daar alleen de nadruk gelegd op Google. Van de leerling wordt verwacht dat hij antwoorden kan zoeken op algemene vragen.

5 Beantwoord de volgende vragen met behulp van de internetgegevens van het CBS. Vermeld ook de datum van de 'laatste update'.

- Hoeveel inwoners telt Nederland momenteel?
- Welk percentage van de levendgeborenen in het afgelopen kalenderjaar is eerste kind?
- Met welk aantal overtreft de emigratie de immigratie in 2003?

6 De website van het CBS bevat veel gegevens over jongeren. Met behulp van deze gegevens kun je een antwoord vinden op de vraag "Hoe ziet het uitgaanspatroon van jongeren er uit?"

- Beantwoord deze vraag. Houd daarbij rekening met de volgende aspecten.
 - Is er in het uitgaanspatroon verschil tussen jongens en meisjes?
 - Is er verschil in het uitgaanspatroon tussen jongeren uit de grote stad en van het platteland?
 - Is er een ontwikkeling te zien in de afgelopen 20 jaar?
- Bedenk zelf enkele vragen over jongeren. Houd bij het beantwoorden rekening met de bovengenoemde aspecten.

Figuur 9

De leerlingen aan de slag met de website van het CBS (figuur 9). Zij moeten antwoorden zoeken op zowel gerichte als algemene vragen. Aan de ene kant gaat de leerling op zoek naar feiten en aan de andere kant worden deze feiten geïnterpreteerd.

Hoofdstuk 3 - Kwadratische verbanden

Vergelijkbaar met hoofdstuk 1 (lineaire verbanden) wordt in hoofdstuk 3 gehint dat sommige statistische metingen kunnen voldoen aan kwadratische verbanden.

Hoofdstuk 5 - Statistiek en procenten

De leerling leert hoe men verschillende diagrammen toe kan passen. Niet elk diagram is namelijk even geschikt voor elk doel. Hij leert ook hoe hij gegevens op ordentelijke wijze kan verwerken en omzetten in een pakkende grafiek.

Kernwoorden

- Gegevens op ordentelijke wijze verwerken in tabellen
- Wetenschappelijke notatie van grote getallen
- Procentuele toe- en afname in diagrammen
- Toepassing van de verschillende diagrammen
- Diagrammen versus geschreven tekst
- Interpoleren en extrapoleren
- Manipulatie van diagrammen door creatief as-gebruik
- Eisen waaraan een goede grafiek moet voldoen
- Klasse grafieken, met meerdere lijnen en tussenliggende gebieden
- Sterdiagram, Samengesteld sterdiagram

- 33** Welke vorm van grafische verwerking kun je het best gebruiken bij de volgende onderzoeksresultaten? In sommige gevallen is er meer dan één mogelijkheid.
- a Het benzineverbruik van vijf merken auto's.
 - b De jaarlijkse Nederlandse export naar Frankrijk in de afgelopen tien jaar.
 - c De melkproductie van de landen van de EU in 2004.
 - d Je lengte die je ouders jaarlijks vanaf je geboorte op je verjaardag hebben gemeten.
 - e De samenstelling van de Tweede Kamer in 2004 onderverdeeld naar politieke partijen.
 - f De leeftijd van het onderwijzend personeel van je school.
 - g De staatsuitgaven onderverdeeld naar ministerie.
 - h De onderverdeling naar leeftijd van de leerlingen van jouw school.
 - i Het aantal inwoners van Nederland in 1900, 1920, ... , 2000.
 - j Het aantal fouten van de leerlingen van je klas in een toets bestaande uit 50 vierkeuzevragen.

Figuur 10

De leerling krijgt bij de opdracht in figuur 10 een aantal hypothetische gevallen voorgeschoteld. In elk van deze gevallen zou een aantal numerieke statistieken grafisch worden uitgebeeld.

Leerling uitwerking bij figuur 10.

- 33a) Bij het vergelijken van één meetwaarde per merk is het gebruik van een staafdiagram het beste. Op die manier kan je gemakkelijk inzichtelijk maken welk merk auto het zuinigste rijdt.

Gaat het om meerdere types per merk, dan kan je kiezen voor een meervoudige staafgrafiek. Je kunt de modellen dan sorteren op zuinigheid, of je maakt groepjes van de typen, per merk

- 33b) Om een verloop over een periode van tijd inzichtelijk te maken kan je het beste kiezen voor een lijndiagram.

- 33c) Net als bij opdracht A kan je er voor kiezen om meetwaarden te vergelijken door ze naast elkaar te zetten in een staafdiagram.

Je kunt er ook voor kiezen om allen landen samen in een cirkeldiagram op te nemen. Je kunt dan zien hoeveel de landen, relatief gezien, produceren.

- 33d) Dit is weer een situatie waar je een verloop uit zet tegen de tijd. Een lijngrafiek is het beste te gebruiken.

- 33e) Dit is weer een geval van vergelijking tussen meerdere waarden. Neem een staafdiagram voor absolute cijfers, of neem een cirkeldiagram voor relatieve cijfers.

Op vergelijkbare wijze:

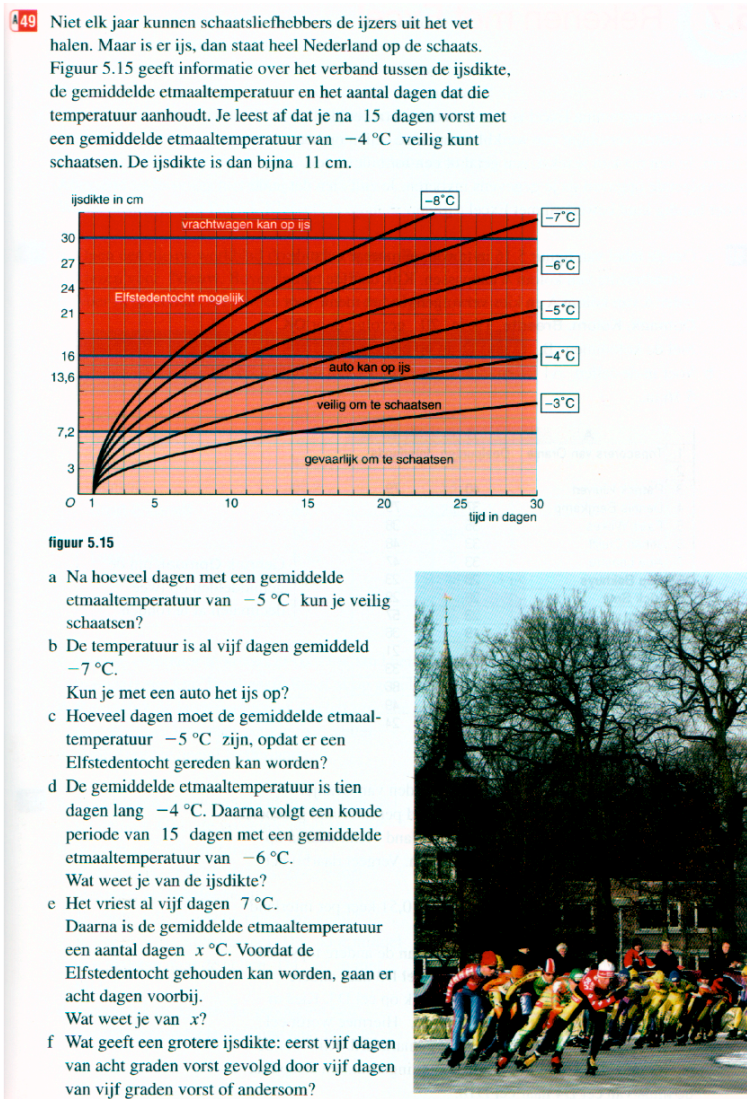
33f) Staafdiagram.

33g) Staafdiagram, of cirkeldiagram.

33h) Staafdiagram.

33i) Lijndiagram.

33j) Staafdiagram.



Figuur 11

De leerling krijgt te maken ingewikkelde grafieken met een grote hoeveelheid informatie, zoals die in figuur 11. Hij moet de gegevens volledig begrijpen en lastige sommen maken.

Leerling uitwerking bij figuur 11:

- 49a) Volg de grafieklijn waar rechts "-5C" bij staat. Zoek naar het punt waar deze lijn het gebied "Veilig om te schaatsen" in gaat. Na 4,5 dagen is het ijs 7,2 cm dik. Het is dan veilig om te schaatsen.
- 49b) Volg de grafieklijn waar rechts "-5C" bij staat. Kijk op welk punt zij de verticale lijn van "7 dagen" snijdt. Het ijs is dan ongeveer 10 cm dik. Dat is NIET sterk genoeg om met een auto op te rijden.
- 49c) Volg de grafieklijn waar rechts "-5C" bij staat. Zoek naar het punt waar deze lijn het gebied "Elfstedentocht mogelijk" in gaat. Na 17 dagen is het ijs 16 cm dik en is het dus dik genoeg voor een Elfstedentocht.
- 49d) Na tien dagen bij een gemiddelde temperatuur van -4 graden is het ijs 9 cm dik. Als op dat moment de temperatuur daalt, dan zal de ijsdikte ook sneller gaan groeien. Je ziet dat de lijn van "-6C" iets steiler loopt dan die van "-4C".

Om de ijsdikte na 25 dagen te schatten kijk je hoe snel de ijsdikte bij -6 graden, na 10 dagen, groeit. Op dag 10 is het ijs 15 cm dik, op dag 25 is het ong. 24cm dik. Het verschil is dus ong. 9 cm.

Als de temperatuur verloopt als in de opdracht, dan kan je schatten dat het ijs na 10 dagen 9 cm dik is en na 25 dagen 18 cm dik. Dat is 3 cm dikker dan wanneer het -4 was gebleven.

- 49e) Op dag 5 was het ijs 12 cm dik. 8 dagen later was het ijs 4 cm gegroeid, tot 16 cm. Nu is het dus zaak om de grafieklijn te vinden die past bij een groei van 4 cm per 8 dagen (1 cm per 2 dagen).

Tussen dagen 5 en 13 groeit het ijs bij -4 graden ongeveer 4 cm. Je kunt dus stellen dat temperatuur om en nabij -4 graden ligt.

- 49f) De snelste groei van de ijsdikte zit hem in de eerste 5 dagen. De grafieklijnen lopen in die 5 dagen veel steiler dan in de latere dagen.

Als de eerste 5 dagen kouder zijn dan de volgende 5 dagen, dan is de voorsprong veel groter. Het ijs is dus dikker na eerst 5 dagen -8 en daarna 5 dagen -5.

Getal en ruimte: Boek 3-2

Hoofdstuk 8 - Allerlei verbanden

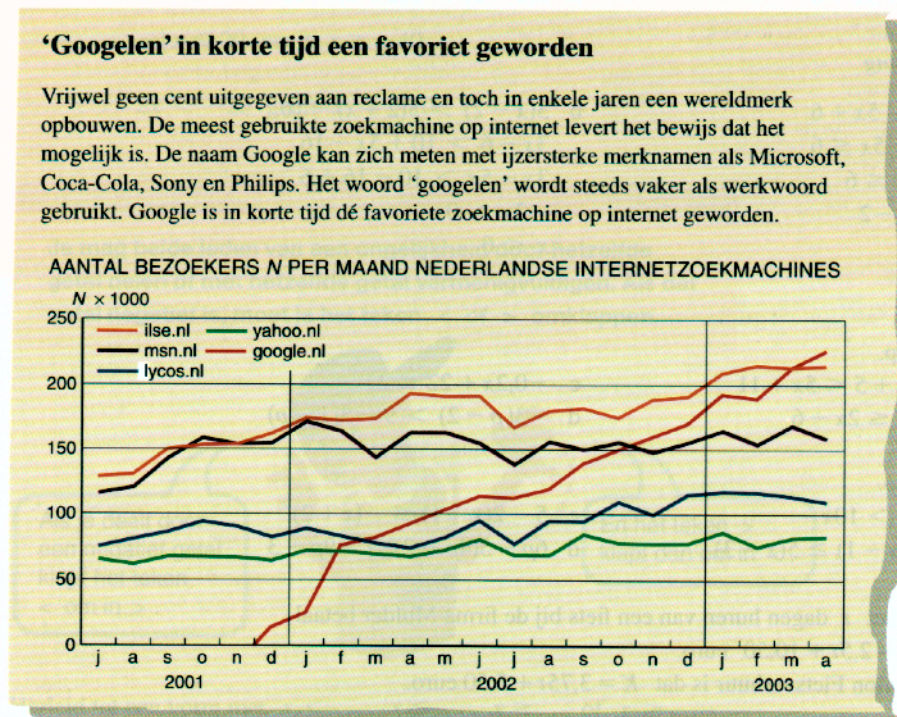
Dit hoofdstuk introduceert de leerling tot het idee dat veranderingen met elkaar verbonden kunnen zijn. Zo kan de ene formule invloed hebben op de ander. En het zelfde geldt voor gebeurtenissen in het dagelijkse leven.

Men behandelt onderwerpen als:

- Exponentiële groei, groeifactoren en procenten
- Periodieke verbanden
- De link tussen meetwaarden en een mogelijke formule er achter

Ongelijkheden en grafieken

9 Lees het krantenartikel.



- In welke periode was Ilse de meest bezochte internet zoekmachine?
- In welke periode is het aantal maandelijks bezoekers van Google kleiner dan dat van Yahoo, ofwel in welke periode is $N_G < N_Y$?

Figuur 12

Leerling uitwerking bij figuur 12:

- Volg het verloop van de oranje lijn. In juli t/m september 2001 en van november 2001 t/m maart 2003.
- Vergelijk de rode, met de groene lijn. De rode lijn ligt van december 2001 t/m februari 2002 onder de groene lijn.

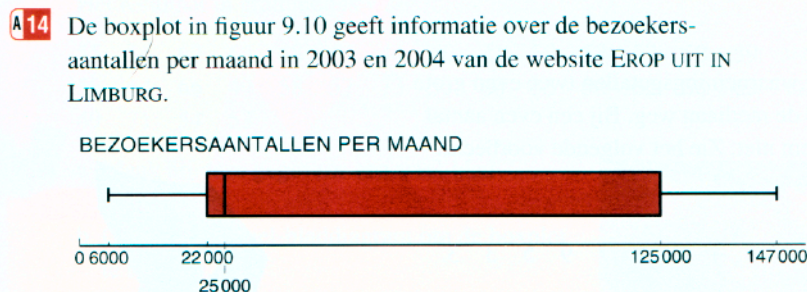
Hoofdstuk 9 - Informatieverwerking

Na een korte herhaling van de centrummaten leer je in dit hoofdstuk hoe je bij een reeks waarnemingsgetallen de spreiding van die getallen grafisch kunt weergeven in een boxplot. Je hebt dan te maken met informatieverwerking.

Een heel andere manier om informatie te verwerken is het gebruik van een graaf. Daarmee kan een goed overzicht van een situatie worden verkregen. De vraag "hoeveel routes zijn er in een graaf van A naar B?" is een voorbeeld van een telprobleem. Voor het oplossen van telproblemen bestaan regels, waarvan er enkele in dit hoofdstuk aan de orde komen.

Kernwoorden

- Centrummaten
- Spreidingsbreedte, spreidingsplot
- Boxplot
- Grafen, punten, wegen, afstandstabel
- Eenrichtingswegen
- Grafen met percentages, toegepast op werkelijke statistieken
- Wegendiagram, de vermenigvuldigingsregel en de somregel
- Boxplots met Excel
- Boom, een eenrichtingsgraaf
- Opspannende boom, minder-opspannende boom



figuur 9.10

- In januari 2003 werd de website het meest bezocht. Hoeveel keer?
- Hoeveel maanden telde de website meer dan 22 000 bezoekers?
- Is het gemiddelde aantal bezoekers groter of kleiner dan de mediaan? Licht toe.
- Marieke beweert dat het aantal maanden met meer dan 125 000 bezoekers groter is dan het aantal maanden met minder dan 22 000 bezoekers. Geef commentaar.

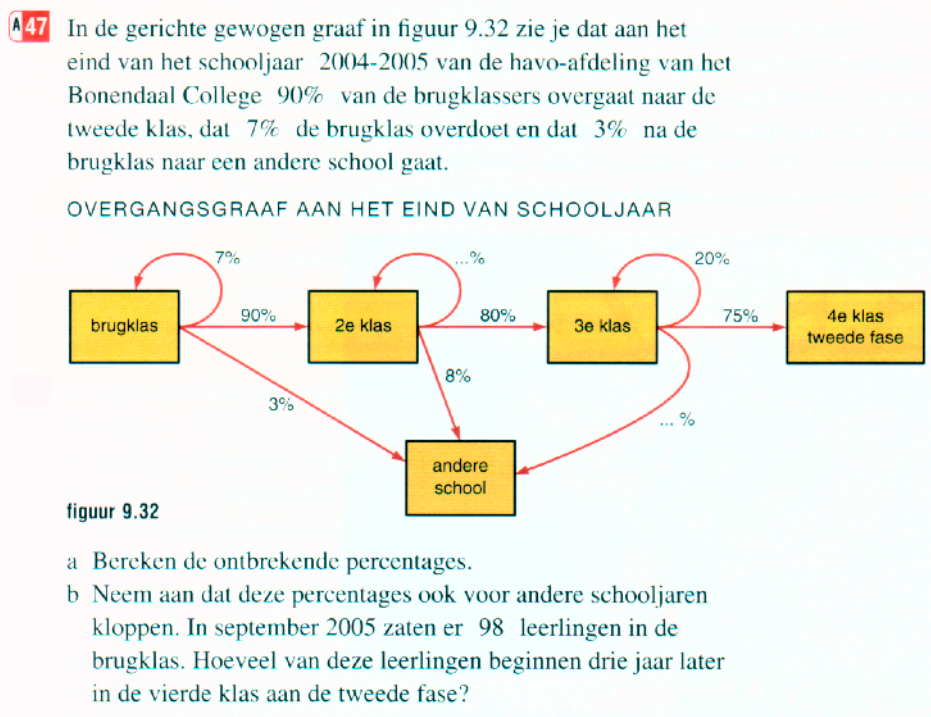
Figuur 13

De leerling leert bij de opdracht in figuur 13 hoe hij een boxplot moet uitlezen. Vlak voor deze opdracht zijn de basisregels van boxplots uitgelegd.

Leerling uitwerking bij figuur 13:

- 14a) De hoogst gemeten waarde is 147.000 bezoekers.
- 14b) De waarde van 22.000 bezoekers ligt op het eerste kwartiel. Dit betekent dat de site in 75% van de maanden meer bezoekers trok. In totaal zijn er 24 maanden (2 jaren) metingen uitgevoerd, wat betekent dat er in 18 maanden meer dan 22.000 bezoekers waren.
- 14c) Het gemiddelde aantal bezoekers ligt hoger dan de mediaan. 50% van de meetwaarden liggen tussen 6.000 en 25.000. De andere 50% liggen tussen 25.000 en 147.000. Het gemiddelde "trekt" naar rechts omdat er waarschijnlijk een paar sterke pieken aan die kant liggen.
- 14d) Zowel 22.000 als 125.000 liggen op een kwartiel. Dat betekent dat er in 25% van de maanden minder dan 22.000 bezoekers waren. En dat betekent dat er in 25% van de maanden meer dan 125.000 bezoekers waren.

Marieke heeft ongelijk.



Figuur 14

De opdracht in figuur 14 is één van de opgaven uit het hoofdstuk die uitlegt hoe de leerling percentages over percentages uitrekent. De opdracht begint gemakkelijk, met het invullen van ontbrekende percentages.

Leerling uitwerking bij figuur 14:

47a) Percentage 1 = $100 - 80 - 8 = 12\%$

Percentage 2 = $100 - 75 - 20 = 5\%$

47b) Jaar 1 naar 2 = 90% van 98 ≈ 88

Jaar 2 naar 3 = 80% van 88 ≈ 70

Jaar 3 naar 4 = 75% van 70 ≈ 52

Dit kan ook in één keer: $((90 * 0.9) * 0.8) * 0.75 \approx 52$

- 35** Frank heeft een groot aantal cd-roms. Om een goed overzicht te houden voorziet hij elke cd-rom van een lettercode. Hij gebruikt uitsluitend de letters *A, B, C, D, E, F* en *G*. Hoeveel vier-lettercodes kan Frank maken
- a als herhalingen niet zijn toegestaan
 - b als elke letter meer dan één keer gebruikt mag worden
 - c als herhalingen zijn toegestaan en de code moet beginnen met *CD*
 - d als elke letter maar één keer gebruikt mag worden en de code moet beginnen met *CD*?

Figuur 15

In figuur 15 gaat de leerling hard aan het werk met permutaties. Hij krijgt een set mogelijke waarden en moet aan de hand van een aantal voorwaarden bepalen wat de mogelijke permutaties zijn.

Leerling uitwerking bij figuur 15:

- 35a) Bij geen herhaling is er zijn er 4 posities met respectievelijk 6, 5, 4 en 3 mogelijke letters. Dat zijn dus $6 * 5 * 4 * 3 = 360$ verschillende mogelijkheden.
- 35b) Als elke letter opnieuw mag worden gebruikt zijn er 4 posities met elk 6 mogelijke letters. Dat zijn dus: $6 * 6 * 6 * 6 = 6^4 = 1296$ verschillende mogelijkheden.
- 35c) De eerste twee karakters staan vast. Daardoor zijn er nog 2 posities met 6 mogelijke letters. Daarom zijn er nog 36 verschillende mogelijkheden.
- 35d) De eerste twee karakters staan vast. Omdat er geen herhaling is toegestaan heb je een positie met 6 en een positie met 5 mogelijkheden. Dat zijn er in totaal 30.

Afbeeldingen en figuren

Alle afbeeldingen in dit verslag zijn gescand uit de "Getal en ruimte" titels vermeld onder het hoofdstuk "Bronnen". De enige uitzondering op deze regels is figuur 1 die afkomstig is van de EPN website.

Figuur	Pag.	Herkomst
Figuur 1	5	G&R Website, "Over getal en ruimte"
Figuur 2	6	G&R 1-1, pag. 138
Figuur 3	7	G&R 1-1, pag. 139
Figuur 4	9	G&R 2-1, pag. 145
Figuur 5	11	G&R 2-1, pag. 150
Figuur 6	12	G&R 2-2, pag. 150
Figuur 7	13	G&R 2-2, pag. 151
Figuur 8	15	G&R 2-2, pag. 161
Figuur 9	18	G&R 3-1, pag. 83
Figuur 10	19	G&R 3-1, pag. 177
Figuur 11	20	G&R 3-1, pag. 185
Figuur 12	22	G&R 3-2, pag. 116
Figuur 13	23	G&R 3-2, pag. 137
Figuur 14	24	G&R 3-2, pag. 148
Figuur 15	25	G&R 3-2, pag. 154

Bronnen

"Getal en ruimte" HAVO/VWO jaar 1, deel 1, ISBN 90-11-07706-7, 2002

"Getal en ruimte" HAVO/VWO jaar 1, deel 2, ISBN 90-11-07713-x, 2003

"Getal en ruimte" HAVO/VWO, jaar 2, deel 1, ISBN 90-11-08189-7, 2004

"Getal en ruimte" HAVO/VWO, jaar 2, deel 2, ISBN 90-11-08190-0, 2004

"Getal en ruimte" HAVO, jaar 3, deel 1, ISBN 90-11-08193-5, 2005

"Getal en ruimte" HAVO, jaar 3, deel 2, ISBN 90-11-08194-3, 2005

"Getal en ruimte" leermethode website: <http://www.getalenruimte.epn.nl>