



Dossieropdracht 10

Analyse 1 - Didactiek

Naam: Thomas Sluyter
Nummer: 1018808
Jaar / Klas: 1e jaar "Docent Wiskunde", deeltijd
Datum: 8 april, 2008

Samenvatting

Breuken, verhoudingen en percentages zijn onderwerpen die van groot belang zijn in het dagelijks leven. Eigenlijk moet iedereen met deze onderwerpen kunnen rekenen, omdat we ze overal tegen komen. Recepten, Doe-het-zelferij, bankzaken en in winkels. Daarom besteedt men niet alleen op de basisschool, maar ook op het voortgezet onderwijs aandacht aan deze onderwerpen.

Dit document is onderdeel van mijn einddossier voor het vak "Analyse 1 – Didactiek". De overige documenten uit dit dossier zijn beschikbaar op mijn Sharepoint site: <https://www.sharepoint.hu.nl/personal/1018808>

Versie geschiedenis

Rev.	Datum	Door	Aanpassingen
01	06/04/2008	T. Sluyter	Eerste versie
01	Nvt	Nvt	Review
02			
02			Review

Inhoudsopgave

<u>INLEIDING</u>	4
De aanleiding	4
De opdracht	4
De gekozen methode	4
<u>KORTE SAMENVATTING BIJLAGEN 5 EN 6</u>	5
Bijlage 5, "Verhoudingen"	5
Bijlage 6, "Bakens voor een leerlijn procenten"	6
<u>VRAAG 1: LEERSTOF VOOR DE LEERLING</u>	9
Boek 1a, hoofdstuk 2	9
Boek 2b, hoofdstuk 8	10
<u>VRAAG 2: MOEILIJKE OPGAVEN</u>	11
Boek 1a, hoofdstuk 2	11
Boek 2b, hoofdstuk 8	13
<u>VRAAG 3: REALISTISCH REKENEN</u>	16
<u>VRAAG 4: BEOORDELING VAN DE METHODE</u>	17
Boek 1a, hoofdstuk 2	17
Boek 1a, hoofdstuk 4	18
Boek 2b, hoofdstuk 8	18
<u>AFBEELDINGEN EN FIGUREN</u>	19
<u>BRONNEN</u>	19

Inleiding

De aanleiding

Om tot meer inzicht te komen tot het wiskunde onderwijs, wordt er van de studenten gevraagd een analyse te maken van wiskunde methodes. Deze analyse gebeurt op basis van twee hoofdstukken, met betrekking tot het onderwerp "verhoudingen".

De analyse maakt onder andere gebruik van bijlagen 5 en 6 uit "Rekenen voor de lerarenopleiding", van APS. Deze teksten geven handreikingen over wat nodig is voor "goed onderwijs" is op het gebied van verhoudingen.

De opdracht

Bij de didactische analyse wordt van je gevraagd om de hoofdstukken over verhoudingen en procenten vanuit de didactische optiek te analyseren en te beoordelen. [Beantwoord in je verslag de volgende vragen]:

- 1. Een kernachtige samenvatting van de leerstof.*
- 2. Per paragraaf de moeilijkste opgave en de leerlinguitwerking die daarbij verwacht wordt.*
- 3. Een antwoord op de vraag in hoeverre de kenmerken van realistisch rekenen / wiskundeonderwijs in deze methode herkenbaar zijn.*
- 4. Een beoordeling van de door jou bekeken methode: tot welke positieve en negatieve conclusies kom je op basis van het voorgaande.*

Bron: Dictaat bij "Analyse 1 – Didactiek"

De gekozen methode

De afgelopen maanden heb ik een voorkeur opgebouwd voor "Moderne Wiskunde", boven "Getal en Ruimte". De G&R methode komt op mij erg rommelig over, met welhaast een explosie aan tekeningetjes en kleuren. "Moderne Wiskunde" komt op mij veel overzichtelijker over.

Alle volgende hoofdstukken hebben daarom betrekking op hoofdstukken 2 en 8 uit "Moderne Wiskunde 1A – Mavo/Havo".

Korte samenvatting bijlagen 5 en 6

Zoals gezegd is de student gevraagd om voorafgaand aan deze dossieropdracht eerst bijlagen 5 en 6 uit het APS-boek "Rekenen" te lezen. Om de lezer niet in het duister te laten tasten volgt over de inhoud van deze hoofdstukken volgt hier een korte samenvatting. De inhoud van deze bijlagen wordt immers later in verschillende opdrachten gebruikt.

Bijlage 5, "Verhoudingen"

De tekst uit deze bijlage is origineel afkomstig uit "Achtergronden wiskunde 12-16". Ik neem aan dat dit een ander boek van APS is, gezien het feit dat de titel zeer sterk lijkt op het APS boek dat bij dit vak is gebruikt.

Men stelt dat verhoudingssommen zijn op te delen in vier typen. Het vierde type krijgt vaak de nadruk in het onderwijs, alhoewel de andere drie niet minder belangrijk zijn.

1. Vaststellen van een verhoudingsrelatie.
2. Vergelijken van verhoudingen.
3. Maken van gelijkwaardige verhoudingen.
4. Bepalen van een vierde evenredige.

Vervolgens maken de auteurs ook een verdeling naar soorten. Dit voelt enigszins dubbelop, maar dient enig nut. Opmerkelijk is dat veel van deze soorten uiteindelijk leiden tot sommen van het type 4.

- Zoveel per zoveel. Hiertoe horen alle sommen met verbonden grootheden. Denk bijvoorbeeld aan gewicht-prijs, hoeveelheid-gewicht en afstand-tijd.
- Maten veranderen. Hierbij worden twee verhoudingen met betrekking tot dezelfde grootheden vergeleken. Doorgaans verandert één van de grootheden, zodat men dezelfde grootheid in een andere situatie moet berekenen.
- Mengsels, fracties en percentages. Het gaat steeds om twee of meer hoeveelheden binnen een geheel. Deze opgaven leiden meestal tot sommen van het type 2. De leerling beheerst deze opgaven pas compleet, wanneer hij in staat is het verband te zien tussen verhouding, breuk, percentage en factor/kommagetal.
- Samengestelde grootheden. Deze grootheden komen veel bij de exacte vakken voor en stellen met behulp van één getal, een samengesteld concept voor. Bijvoorbeeld: 80 km/u.

De auteurs onderkennen een aantal moeilijkheidsfactoren.

- Aanbiedingsvorm. De context voor een som kan variëren van een plaatje met tekst, tot een kale opgave. Visuele aanbieding voorkomt over het algemeen een aantal taalproblemen.
- Discreet of continue. Het werken met gehele getallen is natuurlijk gemakkelijk, maar de leerlingen moeten op een bepaald moment toch werkelijk overstappen op kommagetallen.
- Soort en grootte van de getallen. Nogmaals, breuken en kommagetallen zijn ingewikkelder dan gehele getallen. Daarnaast hebben leerlingen vaak problemen met grote of "lastige" getallen.
- Directe of indirecte vraagstelling. Bij directe vraagstelling staat de som letterlijk in de tekst van de opgave. Bij indirecte vraagstelling wordt de som impliciet beschreven.
- Context. Onder het mom van het "realistische rekenen" worden vaak contexten toegevoegd aan een opgave. Een context kan echter in sommige gevallen de uitwerking bemoeilijken door bijvoorbeeld te veel of te weinig gegevens aan te leveren.
- Misleiding. In dit geval impliceert de opgave een verhouding, terwijl die er in werkelijkheid niet is.
- Doel van het antwoord. Wil men een precies, of een geschat antwoord? Het schatten is en blijft sowieso een nuttig hulpmiddel, om in het hoofd eerst de juiste ordegrrootte vast te stellen.

De twee meest gebruikte rekenmodellen voor verhoudingssommen zijn de verhoudingstabel en de dubbele getallenlijn. Deze komen ook aan bod bij de bespreking van bijlage 6. Het grootste verschil tussen beide modellen, is dat de getallenlijn het verband tussen alle getallen en percentages duidelijk maakt; de ordening van getallen blijft behouden.

Bijlage 6, "Bakens voor een leerlijn procenten"

De tekst uit deze bijlage is oorspronkelijk afkomstig uit "Procenten – op de grens van basisschool en basisvorming", van Bokhove en De Moor.

Tot ver in de twintigste eeuw beperkte het onderwijs in het rekenen met procenten zich tot monetaire rekenproblemen. Procenten ("X uit de honderd") vinden immers hun oorsprong in de bancaire wereld en zijn pas veel later toegepast in het berekenen van verhoudingen. Tot in de jaren zeventig gebruikte men de "regel van drie" en de "één procent" methoden.

Pas later zag men de kracht in van verschillende visuele aanpakken. Zoals de taarten, getallenlijnen en de verhoudingstabellen. Alhoewel ik zelf nooit met de getallenlijn heb gewerkt (in combinatie met procenten), moet ik toegeven dat zij een bepaald nut heeft in het vormen van gevoel voor ordegrroottes.

Op het hoogste niveau van inzicht treffen we nog de factor methode, waarbij de leerling inziet welke vermenigvuldigingsfactor gebruikt moet worden bij de percentage berekening.

Al deze methoden kunnen op hun eigen wijze worden ingezet, met wisselende resultaten. Hoe dan ook werken wij naar de volgende leerdoelen:

- *"De leerlingen hebben begrip van procent als een gestandaardiseerde verhouding van 'één op honderd' en kunnen deze maat hanteren in de verhoudingstabel;*
- *De leerlingen kunnen elementaire praktische procentberekeningen maken aan de hand van alledaagse [...];*
- *De leerlingen kunnen procent als groeifactor hanteren, speciaal in samengestelde groeivormen met behulp van de zakrekenmachine."*

Bron: "Willem Bartjens", jaargang 8, nummer 1

Deze doelen geven echter alleen een globale richting aan, omdat zij weinig specifiek zijn. In het onderwijs moet men dus nog extra invulling geven aan deze doelen.

In de PPON¹ tests blijkt telkenmale dat leerlingen uit het basisonderwijs grote moeite hebben met het rekenen met "lastige" getallen. Zij kunnen goed omgaan met percentages als 10%, 25% en met gemakkelijke getallen als 40, 15 en 100. Maar helaas gaan zij de boot in wanneer we aan de slag gaan met getallen als 43, 21, 16% en 78%. Ook het omzetten van breuken naar procenten en vice versa schijnt op veel problemen te stuiten. Ook instinkers als "een ½ procent" leiden tot veel problemen.

Procentsommen zijn over het algemeen op te delen in twee categorieën:

- A. Deel ten opzichte van het geheel. Denk aan mengsels, opiniepeilingen, scores en kansen. Deze sommen bestaan uit drie grootheden, waarvan er twee zijn gegeven: het grondbedrag, het percentage en het percentagebedrag.
- B. Geheel, plus of min een deel. Denk aan BTW, kortingen, bevolkingsgroei en rente. Ook bij deze sommen worden twee van de drie grootheden gegeven: grondbedrag, percentage en eindbedrag.

In het onderwijs zijn percentages helaas geen op zich staand onderwerp. Zij zijn nauw verbonden met breuken en verhoudingen, waardoor het niet simpel is om een eenduidige leerlijn op te stellen. Daarom doen Bokhove en De Moor een suggestie voor een leerlijn die hen geschikt lijkt.

¹ PPON = Periode Peiling van het Onderwijs Niveau. Met enige regelmaat worden de resultaten van leerlingen halverwege en aan het einde van de basisschool gemeten. Zo hoopt men een beeld te vormen van het verloop van het onderwijsniveau in Nederland.

1. Informele kennis. Al voordat de leerling onderwijs krijgt over procenten heeft hij enige voorkennis opgebouwd. Veel leerlingen zijn al in aanraking gekomen met simpele percentages en kunnen soms zelfs de relatie leggen naar breuken. Een enkeling doorziet ook de relativiteit van procenten.
2. Visualiseren. Door gebruik te maken van een procentenstrook, of taartpunten kunnen de leerlingen zich een beeld vormen van percentages.
3. Schatten. Bokhove en De Moor stellen dat deze fase zeer belangrijk is en dat zij veelvuldig wordt overgeslagen. De leerlingen moeten leren en durven afronden om tot globale percentage berekeningen te komen. Bijvoorbeeld dat 70 ongeveer 30% is van 208.
4. Strookmodellen. Een voorloper van de dubbel getallenlijn, waarbij men twee getallenlijnen naast elkaar tekent. De één geeft het beginbedrag weer, de ander een percentagelijijn van 0% tot 100% (welke gelijk staat aan het beginbedrag).
5. Verhoudingstabel. De tabel wordt veelal gebruikt bij de uitleg van verhoudingen, maar kan ook worden gebruikt voor het illustreren van het verband tussen breuken en procenten.
6. Nadere begripsvorming. De leerling moet met procenten kunnen werken als fractie (omzetten naar breuken) en als operator (procentberekeningen uitvoeren). Daarnaast begint het taalaspect een grote rol te spelen (wat betekent "50% erbij?") en moet de leerling inzicht opbouwen (110% duurder kan wel, 110% goedkoper kan niet).
7. Voortzetten en toepassen. De leerling moet nu in staat zijn om bij vele praktijksituaties de volgende stappen uit te voeren. Wat moet ik doen? Maak een schatting. Reken het precieze antwoord uit.
8. Formalisering. De leerling is nu in staat om met de factoraanpak te werken. De leerling doorziet welke vermenigvuldigingsfactoren van toepassing zijn bij een percentagesom.

Vraag 1: leerstof voor de leerling

Boek 1a, hoofdstuk 2

Achtereenvolgend komen de volgende onderwerpen aan bod.

- Het omrekenen van recepten naar grotere of kleinere porties.
- De betekenis van verhoudingen als "X staat tot Y"².
- Een vergelijking tussen twee verhoudingen.
- Het invullen van verhoudingstabellen. Men stelt de getallen boven en onder de lijn vast, alswel de vermenigvuldigingsfactor naast de tabel.
- Vaststellen of een som kan worden opgelost met een verhoudingstabel.
- Het rekenen met verhoudingstabellen. Onderscheid maken tussen situaties waarbij het rekenen met een factorpijl handig en wanneer je beter horizontaal kan vermenigvuldigen of delen.
- Rekenen met tussenstappen boven en onder de lijn, om tot het antwoord te komen. Ook het terugrekenen naar een "eenheidsprijs", waarbij men de hoeveelheid van X terug rekent naar 1 komt aan bod.
- Een introductie tot het concept schaal en het rekenen met schalen.
- Het berekenen van een schaal, met behulp van de eenheidsregel en de verhoudingstabel.
- De overgang van verhoudingen naar percentages, met behulp van de verhoudingstabel.

Sleutelbegrippen:

- Verhouding
- Verhoudingstabel
- Schaal
- Procenten en percentages
- Het herkennen van een verhoudingstabel
- Rekenen met een verhoudingstabel
- Het berekenen van schaal met een verhoudingstabel
- Het berekenen van percentages met een verhoudingstabel

² Let op! Dit is iets anders dan "X op de Y"!

Boek 2b, hoofdstuk 8

Achtereenvolgend komen de volgende onderwerpen aan bod.

- Het vergelijken van prijzen en kortingen.
- Een opfrisser van het rekenen met verhoudingstabellen. Men herhaalt het horizontale en het verticale rekenen.
- Het gebruik van verhoudingstabellen om prijzen te vergelijken. Dit is een herhaling van het rekenen met de eenheidsregel uit hoofdstuk 2.
- Een herhaling van het berekenen van percentages met behulp van de verhoudingstabel.
- Het omzetten van breuken naar een decimale vermenigvuldigingsfactor.
- Het omzetten van percentages naar een decimale vermenigvuldigingsfactor.
- Het omzetten van breuken naar percentages met behulp van een verhoudingstabel.
- Het berekenen van percentages en aantallen .

Sleutelbegrippen:

- Rekenen met een verhoudingstabel
- Het vergelijken van prijzen op aantal
- Het vergelijken van prijzen op gewicht
- Het omrekenen van procenten naar aantallen
- Het omrekenen van aantallen naar een percentage
- Het berekenen van een fractie van een bedrag
- Het omrekenen van een percentage naar een factor
- Het omrekenen van een breuk naar een percentage
- Handig rekenen met percentages

Vraag 2: moeilijke opgaven

Voor de volledigheid was het mooi geweest als ik van de uitgewerkte opgaven een scan had bijgesloten. Helaas is dat om meerdere redenen niet mogelijk geweest. De lezer zal dus de originele hand-outs van de HU moeten gebruiken om de opgaven te kunnen lezen.

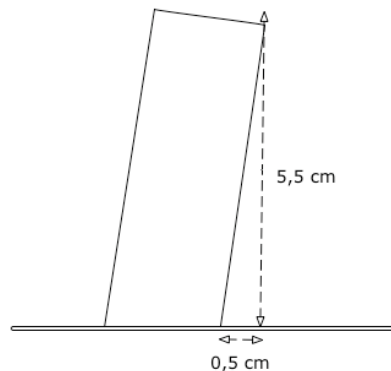
Mijn excuses voor het ongemak.

Boek 1a, hoofdstuk 2

Opgave I-4

Het is opmerkelijk dat men in de introductie van het hoofdstuk reeds met schaal aan de slag gaat. Het concept schaal wordt echter pas in een latere paragraaf uitgelegd.

- A. De toren van Pisa is ($55\text{m} * 100\text{cm}$) = 5500 cm hoog.
- B. De toren van Pisa is 5500 cm hoog. Het zoutvaatje is $5500 / 1000 = 5,5$ cm hoog.
- C. De toren helt in werkelijkheid 5m over. Dit is $5 * 100\text{cm} = 500$ cm. Het zoutvaatje helt $500 / 1000 = 0,5$ cm over.
- D.



Opgave 4

Ik vind vraag A nogal verwarrend. In het plaatje zien we een velletje postzegels, met zes zegels en drie halve zegels. Daarnaast lijkt het niet te stroken met de tabel, want hoe kan één velletje nou uit twee zegels bestaan? Daarnaast strookt het ook niet met opgave 3, waar één velletje zegels 7,50 kost. Dat is wel veel voor twee postzegels!

Deze opgave is dan ook uit latere edities van Moderne Wiskunde verwijderd. In mijn boek uit 1998 komt hij in elk geval niet meer voor.

A. Uit gaande van de tabel die men bij B geeft, zitten er **2** zegels op een velletje kinderpostzegels.

B.

Velletjes	3	4	5	8	x 2
Zegels	6	8	10	16	

C. Bij de pijl moet "**x2**" staan.

D. De tabel is een verhoudingstabel omdat je ongeacht het aantal velletjes zegels, altijd moet 2 vermenigvuldigen om het aantal zegels te krijgen.

E. De verhouding 3 staat tot 6 is het zelfde als de verhouding 5 staat tot **10**.

F. De verhouding tussen het aantal velletjes en het aantal zegels is **1:2**.

Opgave 10

We weten dat 1 staat tot 14,5. We moeten dus met 14,5 vermenigvuldigen om van een aantal liters benzine tot een afstand te komen. Omgekeerd moeten we delen door 14,5 om van een afstand naar het benodigde aantal liters benzine te komen.

A. $50 * 14,5 = \mathbf{725}$

Liters	1	50	20	30	x 14,5
Afstand	14,5	725	290	435	

B. $20 * 14,5 = \mathbf{290}$

C. $435 / 14,5 = \mathbf{30}$

Opgave 19

A. De prijs per 1000 gram is 14,00. De prijs per 1 is daarom 0,014. De prijs per 500 is ook gemakkelijk te berekenen: dat is de helft van 14,00: 7,00. De prijs voor 565 gram wordt dan: $7,00 + (65 * 0,014) = 7,00 + 0,91 = \mathbf{7,91}$.

B. Peter krijgt $10 - 7,91 = 3 - 0,91 = \mathbf{2,09}$ terug.

Gewicht	1000	500	1	565	x 0,014
Prijs	14,00	7,00	0,014	7,91	

Opgave 24

$120 / 20 = 6 \text{ cm}$

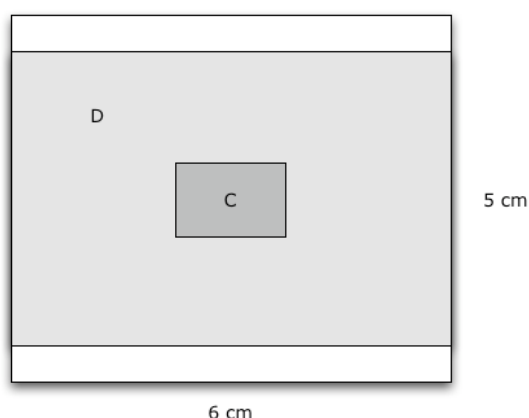
$100 / 20 = 5 \text{ cm}$

$30 / 20 = 1,5 \text{ cm}$

$20 / 20 = 1 \text{ cm}$

$30 * 4 = 120 \text{ cm} \rightarrow 120 / 20 = 6$

$20 * 4 = 80 \text{ cm} \rightarrow 80 / 20 = 4$



Opgave 30

A.

Percentage	100	1	20	-	x1,5
Bedrag	150	1.5	30	-	

B. De trui kost 150 gulden. Daar gaat 20%, dus 30,00 gulden, vanaf. De trui kost $150 - 30 = 120$ gulden.

Opgave 31

Percentage	100	1	10	-	x 85
Volume	8500	85	850	-	

Er steekt 850 m³ boven het wateroppervlak uit.

Boek 2b, hoofdstuk 8

Opgave I-3

A. 50% betekent letterlijk "50 uit de honderd", wat overeenkomt met de helft. 50% korting betekent dat de helft van de originele prijs af gaat en dat je dus de andere helft moet betalen.

B.

Percentage	100	1	50	x 0,09
Bedrag	9,00	0,09	4,50	

Percentage	100	1	50	x 0,12
Bedrag	12,00	0,12	6,00	

Percentage	100	1	50	x 0,20
Bedrag	20,00	0,20	10,00	

Opgave I-4

A. Chela betaalde $60 - 10 = 50$ gulden.

Koen kreeg een andere korting:

Percentage	100	1	20	x 0,60
Bedrag	60,00	0,60	12,00	

B. Het verschil tussen de twee kortingen is $12 - 10 = 2$ gulden.

Bij A kunnen we ook andersom redeneren en het kortingspercentage van Chela uitrekenen. De tabel ziet er dan als volgt uit.

Percentage	100	1	??	
Bedrag	60,00	0,60	10,00	x 0,20

Het kortingsbedrag 10,00 is gelijk aan (60,00 : 6). Het kortingspercentage is daarom gelijk aan 100 : 6 = **16,7%**. Dus ook op deze manier is te bewijzen dat Chela aan het kortste eind heeft getrokken.

Opgave 5

Voor 250 gram, delen we 1000 gram door 4. We doen dus ook 12,60 : 4 = **3,15**. Voor 750 gram vermenigvuldigen we 250 met 3. We doen dus ook 3,15 * 3 = **9,45**.

Gewicht	1000	250	750	
Bedrag	12,60	3,15	9,45	x 0,0126

Als alternatief kunnen we ook gaan naar de eenheidsprijs voor één gram, door 1000 en 12,60 te delen door 1000. We komen dan uit op 0,0126 wat we weer met 250 en 750 kunnen vermenigvuldigen. Maar dat was niet het doel van deze opgave.

Opgave 10

Gewicht	350	1	100	
Bedrag	2,38	0,0068	0,68	x 0,0068

Gewicht	200	1	100	
Bedrag	1,38	0,0069	0,69	x 0,0069

Blikje 1 is 0,01 gulden per 100 gram goedkoper.

Opgave I-3

Gewicht	1500	1	100	
Bedrag	5,85	0,0039	0,39	x 0,0039

Gewicht	2500	1	100	
Bedrag	9,25	0,0037	0,37	x 0,0037

Gewicht	2000	1	100	
Bedrag	7,64	0,0038	0,38	x 0,0038

Merk **2** is het goedkoopste, per 100 gram. Merk **1** is het duurste per 100 gram.

Opgave 17

Percentage	100	1	80	x 0,3
Aantal	30	0,3	24	

Percentage	100	1	84	x 0,25
Aantal	25	0,25	21	

Klas B deed het naar verhouding beter dan klas A. Klas B scoorde 84%, terwijl klas A 80% scoorde.

Opgave 22

Percentage	100	1	15	x 1,19
Bedrag	119	1,19	17,85	

- A. Hidde krijgt **17,85** gulden korting.
B. $0,15 * 119 = \mathbf{17,85}$ gulden.

Opgave 24

Ik zal mij in het volgende hoofdstuk beklagen over de lage hoeveelheid "stamp" sommetjes, waarbij een mechanisme een automatisme wordt. Deze opgave is één van de weinigen waarbij de leerlingen werkelijk moeten "stampen".

- A. 25% van 47 = $25 : 100 * 47 = 0,25 * 47 = \mathbf{11,75}$
B. 40% van 325 = $40 : 100 * 325 = 0,40 * 325 = \mathbf{130}$
C. 6% van 125 = $6 : 100 * 125 = 0,06 * 125 = \mathbf{7,50}$
D. 89% van 140 = $89 : 100 * 140 = 0,89 * 140 = \mathbf{124,6}$
E. $17,5\%$ van 20.000 = $17,5 : 100 * 20.000 = 0,175 * 20.000 = \mathbf{3500}$
F. $6,5\%$ van 900 = $6,5 : 100 * 900 = 0,065 * 900 = \mathbf{58,5}$

Opgave 31

In het geval van deze opgave helpen schatten en afronden enorm veel! Het is jammer dat daar helemaal geen aandacht aan wordt besteed.

- A. Catrien krijgt 25% korting. Zij moet nog $100 - 25 = \mathbf{75\%}$ betalen.
B. Zouden we schatten, dan komen we uit op $200 - (\frac{1}{4} * 200) = \mathbf{150}$.
Berekenen we de prijs precies, dan is het $0,75 * 199 = \mathbf{149,25}$.
C. Catrien krijgt 35% korting. Zij moet nog $100 - 35 = 65\%$ betalen.
Catrien moet dus $0,65 * 65 = \mathbf{42,25}$ betalen.

Vraag 3: realistisch rekenen

Laten we om te beginnen even het geheugen opfrissen. Wat hield realistisch rekenen ook alweer in?

"In het realistische wiskundeonderwijs krijgt de leerling doorgaans sommen met een context voor zijn kiezen. Een verhaaltje bij de opgave zou aan de ene kant de aandacht trekken en aan de andere kant de leerling in staat stellen de som te maken.

[...]

In het realistische wiskundeonderwijs gebeuren de zaken eigenlijk andersom: de leerling wordt aan het rekenen gezet met een aantal sommen, waaruit een aantal opvallende punten naar voren komen. Vanuit deze punten probeert men de leerling de formules te laten ontdekken. Het een en ander lijkt gebaseerd te zijn op het construisme, waarbij men de leerling zijn eigen kennis laat bouwen."

Bron: T. Sluyter, Dossieropdracht 3 voor "Analyse 1 – didactiek", 2007

Bij het doorbladeren van beide hoofdstukken wordt het overduidelijk dat het realistische rekenen volledig is geïntegreerd in het wiskundeonderwijs. Uit de vierentwintig pagina's die de hoofdstukken rijk zijn is er maar één opgave die volledig zonder context wordt gemaakt. Elke andere opgave heeft stuk voor stuk een verhaaltje, een context of een inleidend schrijven.

Daardoor komen mijn originele twijfels toch weer boven water. Contexten en praktische situaties zijn absoluut interessant in het wiskundeonderwijs. Zij geven betekenis aan de lesstof en zorgen er voor dat de leerling zich in kan leven. Met wat geluk motiveren zij de leerling zelfs om beter zijn best te doen, omdat hij het geleerde meteen toe kan gaan passen.

Maar aan de andere kant is het zo dat bepaalde bewerkingen pas een automatisme worden als je genoeg oefent. Al die lappen tekst die om de rekenopgaven heen zijn geschreven zouden gemakkelijk ruimte kunnen maken voor minstens het dubbele, zo niet drievoudige aantal aan sommetjes.

Vraag 4: beoordeling van de methode

Boek 1a, hoofdstuk 2

Als ik het voorgaande betrek op de bakens zoals zij in bijlage 6 van het APS boek zijn vermeld (zie de voorgaande samenvatting), dan zie ik dat men bij Wolters Noordhoff een aantal van de voorgestelde stappen overslaat.

Men begint het hoofdstuk met een korte instap, op basis van bestaande voorkennis. Daarna volgt een zeer korte visualisatie, die stap 2 van Bokhove en De Moor echter weinig recht doet. Hoofdstuk 2 is voornamelijk bezig met stappen 5 en 6, waarbij stap 5 (de verhoudingstabel) eigenlijk de hoofdmoot van het hoofdstuk vormt.

Wat betreft deze tabellen valt het mij op dat de eenheidsregel niet altijd op een logische wijze wordt toegepast. Bijvoorbeeld, in paragraaf 2-5 geeft men een voorbeeld over het berekenen van het percentage zieke leerlingen. Daarbij stelt men dat er 38 op de 950 leerlingen ziek zijn. Om tot een percentage te berekenen wil men eerst weten hoeveel leerlingen er op de 1 ziek zijn. Daarna rekent men door tot de hoeveelheid zieken op de honderd leerlingen.

Dat klinkt allemaal zeer aannemelijk, maar ik kan mij goed indenken dat veel leerlingen in de war raken op het "X zieken op 1 leerling" moment. Want hoe kunnen er nou 0,04 leerlingen op 1 ziek zijn? Dat is toch niets?! Eén leerling is ziek of niet. Ik snap dat dit de opstap is naar de " $x/y * 100$ is een percentage" regel, maar zie daar wel een mogelijkheid tot verwarring.

Op zich ben ik wel blij dat men deze tabelmethode er bij de leerlingen in hamert. Immers, mettertijd zal deze methode een automatisme worden, waardoor de leerlingen in staat zullen zijn verkortingen te ontdekken. Zo zal men in een later stadium inzien dat je 16% van 25 heel simpel uitrekenet door 16 te delen door 4. Immers 25 staat tot 100, als 4 staat tot 16.

Er wordt overigens nergens uitgelegd waarom men er voor heeft gekozen om te rekenen met procenten (per honderd). De leerlingen moeten nu maar aannemen dat dit nu eenmaal zo is, zonder te weten waarom de keuze voor het aantal honderd nu zo'n goede is. Dat is natuurlijk iets dat de docent uit kan leggen, maar ik ben er wel enigszins over teleurgesteld dat het boek hier geen aandacht aan besteed.

Boek 1a, hoofdstuk 4

Bij het maken van de opdracht voor deze dossieropdracht heeft men één hoofdstuk uit de Moderne Wiskunde boeken weg gelaten die ook hoort bij het onderwerp procenten. In boek 1a bevindt zich namelijk ook hoofdstuk 4, welke betrekking heeft op breuken.

Dit hoofdstuk maakt gebruik van stappen 2 (visualisatie), 5 (verhoudingstabellen) en 6 (nadere begripsvorming) van Bokhove en De Moor. De leerling leert over de samenhang tussen breuken en decimale getallen en leert ook getallen onderling te converteren. De leerling leert ook verder over het gebruik van procenten en over de samenhang tussen procenten, breuken en kommagetallen.

Jammer genoeg worden ook in dit hoofdstuk visuele middelen maar marginaal toegepast. Men grijpt alleen naar verhoudingstabellen, wanneer er behoefte is aan een rekenmodel. De stroken en getallenlijnen worden compleet genegeerd. Ik ga er van uit dat men deze keus weloverwogen heeft gemaakt, want anders zouden de Moderne Wiskunde na al die jaren wel zijn veranderd.

Boek 2b, hoofdstuk 8

Eigenlijk had men dit hoofdstuk beter "oefenen met de verhoudingstabel" kunnen noemen. In het leeuwendeel van het hoofdstuk is men immers bezig met het vergelijken van prijzen en getallen, met behulp van de tabellen.

Dat men met behulp van deze paragrafen invulling geeft aan stappen 5, 6 en 7 van Bokhove en De Moor is uitstekend. Ik had echter graag gezien dat Wolters Noordhoff een iets veelzijdiger aanpak had gekozen. De leerlingen krijgen nu maar één oplossingsmethode aangeleerd, terwijl een tweede methode hen mogelijk van meer inzicht zou voorzien.

Positief is dat men aan het einde van de tweede klas (het boek is immers bedoeld voor de tweede helft van het tweede leerjaar) er in is geslaagd om ook stappen 7 en 8 te hebben vervuld. De leerling moet nu in staat zijn om het geleerde toe te passen en ook om te snappen waarom het een en ander nu zo werkt.

De geformaliseerde regels voor het toepassen van vermenigvuldigingsfactoren zijn wat mij betreft niet erg gestructureerd belicht. Ze zijn wel aan bod gekomen, maar ik heb het idee dat het allemaal iets beter had gekund. De leerlingen hebben nu heel veel geoefend met tabellen, maar niet met de factoren.

Met dit derde hoofdstuk is namelijk ook het laatste gezegd over breuken, verhoudingen en percentages. Het een en ander wordt later gebruikt bij statistiek, maar de Moderne Wiskunde serie besteed verder geen aandacht meer aan het onderwerp.

Afbeeldingen en figuren

Fig	Pag	Beschrijving
1	11	Schets opgave "Toren van Pisa".
2	12	Schets opgave "Dia projectie".

Bronnen

APS, "Rekenen voor de lerarenopleiding", 1997

Hogeschool Utrecht, dictaat "Analyse 1, vakdidactisch gedeelte", 2007

Wolters Noordhoff, "Moderne Wiskunde - Mavo/Havo 1a", ????

ISBN onbekend

Wolters Noordhoff, "Moderne Wiskunde - Havo/Vwo 1a", 1998

ISBN 90-01-60021-2

Wolters Noordhoff, "Moderne Wiskunde - Havo/Vwo 1b", 1998

ISBN 90-01-60022-0

Wolters Noordhoff, "Moderne Wiskunde - Mavo/Havo 2a", 1999

ISBN 90-01-60045-X