Opdrachten 7.3 tm 7.6

Geschiedenis 2 - Vakgedeelte

Naam:	Thomas Sluyter
Nummer:	1018808
Jaar:	1e jaar "Docent Wiskunde", deeltijd
Datum:	7 juni, 2008

Samenvatting

De ontwikkeling van de wis- en meetkunde in Nederland is ons natuurlijk nabij het hart. Omdat het lesboek weinig tot geen aandacht besteedt aan wiskundigen uit de Lage Landen, wordt de studenten gevraagd zelf enig onderzoek te doen. Dit onderzoek gebeurt aan de hand van een viertal opgaven uit het dictaat.

Dit document is onderdeel van mijn einddossier voor het vak "Geschiedenis 2". De overige documenten uit dit dossier zijn beschikbaar op mijn Sharepoint site: https://www.sharepoint.hu.nl/personal/1018808

Versie geschiedenis

Rev.	Datum	Door	Aanpassingen
01	01/06/2008	T. Sluyter	Eerste versie
01	Nvt	Nvt	Review
02			
02			Review

Inhoudsopgave

Inleiding

De aanleiding

Het lesboek, “Math through the ages“ van Berlinghoff en Gouvêa, besteedt veel aandacht aan de middeleeuwen en de Renaissance in Europa. Helaas beperkt men zich daar veelal tot de Italiaanse, Franse, Duitse en Engelse wiskundigen. Dit is op zich niet geheel verwonderlijk, omdat de auteurs zich hadden vooropgesteld de wiskundige geschiedenis vooral in vogelvlucht te bestuderen.

Voor onze opleiding als aankomende, Nederlandse wiskundedocenten is het echter interessant om ook wat extra aandacht te besteden aan onze vaderlandse geschiedenis. Door middel van een viertal opdrachten uit het dictaat gaan de studenten op onderzoek uit. Zij verkennen het ontstaan van ons wiskundige taalgebruik en bestuderen ook het werk van een aantal bekende wiskundigen uit de Lage Landen.

De opdracht

> *“Maken: 5.3, 6.1, 6.2, 7.3 t/m 7.6 (dit is inleverwerk)”*

Bron: Hogeschool Utrecht, cursusplanner “Geschiedenis 2”, 2007

Over deze regel uit de cursusplanner ontstond overigens ook enige onduidelijkheid. Betrof het inleverwerk nu alleen opgaven 7.3 t/m 7.6? Of waren opgaven 5.3, 6.1 en 6.2 ook inbegrepen? Een verdere blik op de planner toonde aan dat het eerste het geval was.

Het zou het gemak van de lezer dienen als ik deze opdracht in dit document zou bijsluiten. Immers, lezers van buiten de Hogeschool Utrecht hebben geen toegang tot de dictaten die wij in onze lessen gebruiken. Tot mijn spijt zie ik mij echter, door tijdsgebrek, genoodzaakt om de desbetreffende pagina’s niet bij te sluiten. In plaats daarvan doe ik mijn best om bij mijn uitwerking van elke opgave op zo’n manier naar de tekst te verwijzen, dat de originele vraag geëxtrapoleerd kan worden. Mijn excuses voor het ongemak.

Opgave 7.3

Opdracht a

Het woord “perpendiculaer” (of “perpendiculair” zoals we het tegenwoordig schrijven) komen we nog in veel talen tegen. Een tocht langs verschillende websites leert ons dat we in elk geval de volgende gebruikers van het woord kennen.

Taal	Letterlijk	Synoniemen en afgeleiden
Nederlands	Perpendiculair	Loodrecht, rechtstandig, waterpas
Engels	Perpendicular	
Frans	Perpendiculaire	
Italiaans	Perpendicolare	
Spaans	Perpendicular	
Portugees	Perpendicular	
Duits		Senkrecht
Zweeds	Perpendikulär	Lodrät

De trend die hier in te ontdekken is, is dat veelal de Latijnse talen (of talen met Latijnese leenwoorden) het woord nog steeds kennen.

Opdracht b

Na het invullen van de woorden “perpendicular etymology” in Google kwam ik al gauw het volgende tegen.

> *“Perpendicular*
> *Situated or having a direction at right angles XIV (not gen. current till XVI); applied to the third style of English pointed architecture XIX; sb. XVI. — L. perpendicul□ris, f. perpendiculum plummet, plumb-line, f. PER- 2 + pend□re hang; see PENDENT, -CULE, -AR.“*

Bron: T.F. Hoad, “The concise oxford dictionary of english etymology”, 1996

Dit lijkt te suggereren dat de bron van het woord “perpendiculair” gevonden kan worden in het Latijn, en wel bij het woord “perpendicul□ris”.

Wanneer ik iets verder zoek blijkt dat dit woord zelf weer afgeleid is van het woord “perpendiculum” wat het zelfstandige naamwoord zou zijn voor een loodlijn. Dit woord zou op zijn beurt weer zijn afgeleid van het werkwoord “perpend□re”, wat vertaalt kan worden als “zorgvuldig balanceren” of als “hangen”. [1]

[1] Geverifieerd met behulp van http://www.etymonline.com en http://www.merriam-webster.com

Opdracht c

We zagen al dat het woord “perpendiculair” zijn origine vindt in de Latijnse woorden voor “loodrecht” en “loodlijn” (“perpendiculum”). Ergens moet echter iemand hebben besloten dat het beter is om te spreken van “een loodlijn”, dan van “een perpendiculair”. Helaas levert een zoektocht naar de etymologie van het woord “loodlijn” niet veel op.

De suggestie uit het dictaat om dan eens te zoeken naar het werk van Simon Stevin (1548 – 1620) levert meteen het gezochte resultaat op!

Rond 1600 wordt Stevin door prins Maurits gevraagd om in Leiden een ingenieursopleiding te starte. Stevin had op dat moment al een hoge plaats verworven in het politieke ensemble rondom prins Maurits. Het schijnt dat Stevin om zowel politieke als om idealistische redenen er voor heeft gekozen om het onderwijs op deze school volledig in het Nederlands te geven.[2]

Sterker nog, Stevin hechte blijkbaar enorm veel waarde aan het gebruik van de eigen taal. Zoveel dat hij als taalpurist nieuwe, Nederlandse woorden verzon om de vele leenwoorden uit te bannen.

Op die manier verving hij het woord “perpendiculaer” met “loodlijn”.

Opdracht d

Zoals gezegd wilde Stevin zoveel mogelijk leenwoorden uit de Nederlandse taal bannen. Zo hebben wij bijvoorbeeld ook de volgende woorden aan hem te danken.

- Wijsbegeerte
- Wiskunde (“wisconst”)
- Natuurkunde
- Scheikunde
- Middellijn
- Loodrecht
- Evenwijdig

[2] http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Stevin.html
http://nl.wikipedia.org/wiki/Simon_Stevin

Opgave 7.4

Opdracht a

De oud-Nederlandse tekst luidt als volgt.

> *"De 55. Figuyre.*
> *Van't punt C inde linie AB. Te stellen een perpendiculaer op de zelve. Van de centrums D ende E (even wijt van C) ghemaeckt twee boghen malkander door snijdende int punt F, van't welcke aftrekkende FC, die zal perpendiculaer op AB zijn."*

Bron: Hogeschool Utrecht, "Geschiedenis van de wiskunde, opdrachten bij het boek", 2007

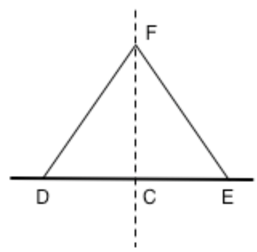
Dit zou ik in het moderne Nederlands als volgt beschrijven.

> Gegeven is lijnstuk AB met daarop punt C. Op punt C willen wij een loodlijn construeren.
>
> Kies twee punten D en E aan weerszijden van C, zodat zij even ver van punt C af liggen. Teken een cirkel met straal R vanuit punt D, waarbij R>DC. Teken dezelfde cirkel vanuit punt E. Teken een lijn tussen de snijpunten van de cirkels; dit is de loodlijn door C.

Opdracht b

Het een en ander is vrij naar Euclides' voorstel 11, uit "De elementen, boek 1".

Door twee cirkels met even grote R vanuit D en E te tekenen hebben we een gelijkbenige driehoek geconstrueerd; zie ook de figuur hiernaast. In deze driehoek kunnen wij stellen dat zijdes DF en EF even lang zijn, te weten de lengte van straal R. We weten ook dat lengtes DC en EC even lang zijn, omdat dat één van de randvoorwaarden van de tekening was. CF is een zijde die beide driehoeken gemeen hebben en het kan niet anders dan dat die in beide driehoeken even lang is.



Figuur 1: constructie voor 7.4b.

We kunnen nu ook stellen dat wij twee identieke driehoeken hebben gevormd: DCF en ECF. Omdat de onderlinge zijden even lang zijn, kunnen we ook stellen dat de respectievelijke hoeken ook gelijk zijn.

- Hoek CDF is gelijk aan hoek CEF.
- Hoek DFC is gelijk aan hoek EFC.
- Hoek DCF is gelijk aan hoek ECF.

Aan weerszijden van punt C vinden wij twee precies even grote hoeken: DCF en ECF. Zij delen daarmee de 180° van een vlakke lijn precies doormidden, waardoor beide hoeken 90° graden zijn. De lijn CF staat dus loodrecht op lijnstuk AB.

Opdracht c

De oud-Nederlandse tekst luidt als volgt.

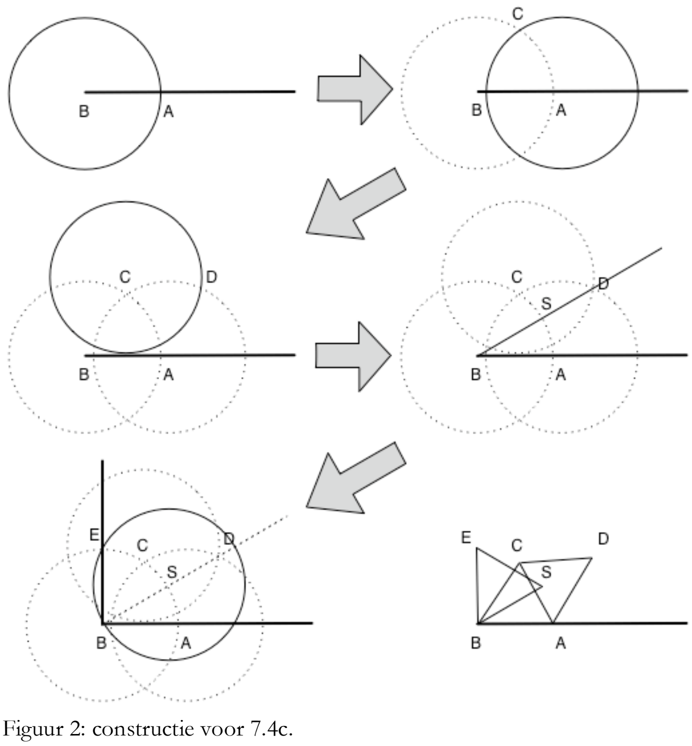
> *"De 56. Figuyre.*
> *Anders, vant punt B op't eynde vannde linie AB. Zy ghemaeckt de boghen ECA ende BCD met een zelfde wijte. ??? CD, en de getrokken BD snijdende CA in een punt van't welcke sij gesneden den eersten boge in E altijt van gelijcke wijte; Daer na getrokken BE."*

Bron: Hogeschool Utrecht, "Geschiedenis van de wiskunde, opdrachten bij het boek", 2007

Deze constructie is duidelijk een stuk ingewikkelder dan die bij opdracht b. Ik zou haar als volgt in modern Nederlands schrijven.

Gegeven is een lijnstuk met eindpunt B. Op punt B willen wij een loodlijn construeren.

- Teken vanuit B cirkel 1 met straal R. Deze cirkel snijd het lijnstuk in A.
- Teken vanuit A cirkel 2 met dezelfde straal R. Deze snijdt cirkel 1 in C.
- Teken vanuit C cirkel 3 met dezelfde straal R. Deze snijdt cirkel 2 in D.
- Teken lijnstuk BD. Deze snijdt cirkel 1 in S.
- Teken vanuit S cirkel 4 met dezelfde straal R. Deze snijdt cirkel 1 in E.
- Teken een lijn door BE. Dit is de loodlijn op B.



Figuur 2: constructie voor 7.4c.

We tekenen op deze manier een tweetal gelijkzijdige driehoeken, ABC en ACD. Deze constructie gebruikt om met behulp van de loodlijn BD op AC de juiste locatie van punt S vast te stellen. Vanuit punt S construeren wij nog één maal een gelijkzijdige driehoek, ditmaal om punt E vast te stellen. Punt E ligt op afstand R van S (cirkel 4) en op afstand R van B (cirkel 1). Het een en ander betekent samen dat punt E recht boven B staat en dat BE de loodlijn is.

Opdracht d

In het moderne Nederlands komt deze opgave op het volgende neer.

Gegeven is een lijnstuk met eindpunt A. Op punt A willen wij een loodlijn construeren.

- Teken vanuit A cirkel 1 met straal R. Deze cirkel snijd het lijnstuk in B.
- Teken vanuit B cirkel 2 met dezelfde straal R. Deze snijdt cirkel 1 in C.
- We hebben nu de gelijkzijdige driehoek ABC geconstrueerd.
- Teken vanuit C cirkel 3 met dezelfde straal R. Deze snijdt cirkel 1 in A.
- Teken vanuit B een lijn door C. Deze snijdt cirkel 3 in D.
- Teken een lijn door AD. Dit is de loodlijn op A.

Men werkt hier op het principe van gelijkvormige driehoeken. Men weet dat punt C precies boven het midden van lijnstuk AB hangt. We noemen dit punt even C'. Men construeert nu één helft van een tweede driehoek die de basis heeft in C. De afmetingen van deze driehoek zijn identiek aan die van ABC. Daarom is het zo dat punt D precies boven het midden van de basis van deze driehoek hangt. We noemen de projectie hiervan even D'.

Wij weten dat AC' = D'C. Omdat D' afstand D'C van C af ligt, weten we ook dat punten D en D' recht boven A hangen.

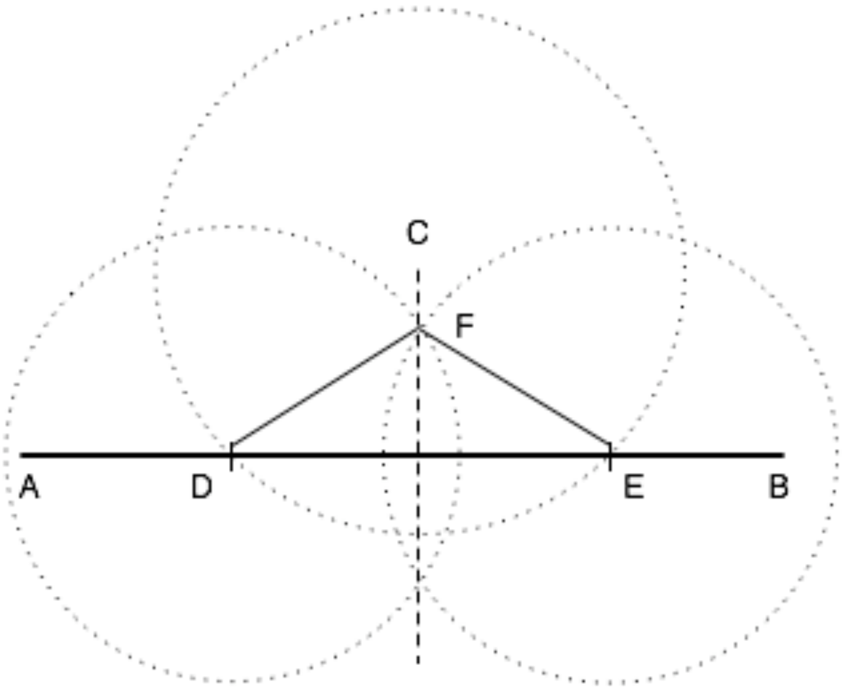
Opgave 7.5

Opdracht a

Vanuit punt C teken ik een cirkel met een straal groter dan de afstand tussen punt C en de lijn AB. Op lijn AB ontstaan zo twee nieuwe punten: D en E. Vanuit punten D en E teken ik een driehoek door vanuit zowel D als E een cirkel te trekken met straal R<DE. Het snijpunt van deze twee cirkels, F in het onderstaande figuur, ligt op de loodlijn uit C. Door vanuit C een lijn door F, naar AB te trekken ontstaat de gevraagde loodlijn.

Controle met behulp van Euclide's "De elementen" blijkt dat Euclides in voorstel 12 dezelfde methode gebruikt. Het een en ander wordt alleen srikter en breder bemeten verwoord.

Opdracht b



Figuur 3: constructie voor 7.5b

Opgave 7.6

Opdrachten a en b

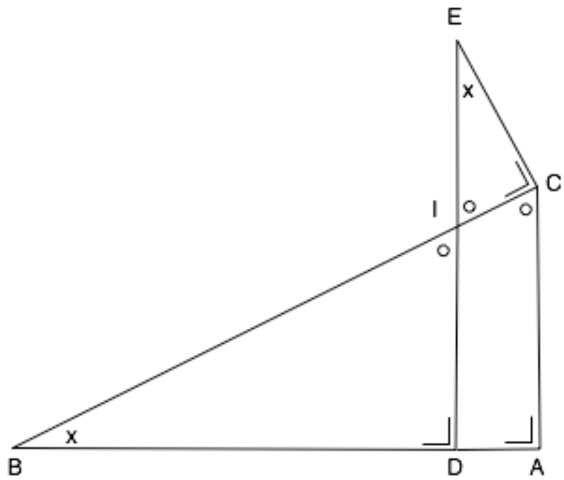
De winkelhaak die wordt gebruikt in de som is een winkelhaak zoals wij die tegenwoordig nog steeds kennen in de bouw: een stuk metaal of hout, dat precies een rechte hoek maakt. Aan het einde van één van de uiteinden wordt een schietlood bevestigd welke langs de andere zijde naar beneden hangt. Op deze manier kan men elke willekeurige, rechthoekige driehoek construeren.

Door de zijde FC van de winkelhaak uit te lijnen met zijde BC van de driehoek ABC creëert men de gelijkvormige driehoek ECI. Om het bewijs voor deze situatie te verwoorden zocht en vond ik hulp Iris van Gulik-Gulikers' "De zeventiende-eeuwse landmeter in de klas". In dit proefschrift wordt namelijk een vergelijkbare opgave besproken.

Nemen we de volgende abstractie in beschouwing. Ons is in dezen bekend dat:

- ∠IAB gelijk is aan ∠ECI, omdat dit beiden rechte hoeken zijn.
- ∠BCA gelijk is aan ∠BID, omdat zij samen F-hoeken zijn.
- ∠BID gelijk is aan ∠CIE, omdat zij tegenoverliggende hoeken zijn.

Daaruit volgt dat ∠IBD is gelijk aan ∠IEC. Driehoeken BID, BCA en EIC zijn allen gelijkvormig.



F
Figuur 4: constructie voor 7.6a

Omdat de drie driehoeken onderling gelijkvormig zijn, kunnen we stellen dat verhoudingen binnen de driehoeken onderling bewaard blijven.

Opdracht c

We hebben bij het lezen van het boek van Berlinghoff en Gouvêa geleerd dat de meter en de overige metrieke eenheden omstreeks 1795 door de Fransen is ingesteld. Rond het einde van de negentiende eeuw was het metrieke stelsel uitgegroeid tot een internationale standaard.

Omdat Marolois' werk uit 1644 stamt kunnen we veilig stellen dat men de meter nog niet als lengte-eenheid benutte. Van Gulig-Gulikers heeft het in haar werk over "eenheden" en "voeten" als erkende lengte-eenheden.

Opdracht d

Omdat we werken met gelijkvormige driehoeken waarin de onderlinge verhoudingen bewaard blijven, kunnen we de volgende uitwerking opstellen.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{CE}{CI}$$

$$\frac{AB}{200} = \frac{100}{66\frac{2}{3}}$$

$$AB = \frac{100}{66\frac{2}{3}} \cdot 200$$

$$AB = 300$$

Opdracht e

De dertig in de tekening kan veel betekenen. Ik gok er zelf op dat dit het gezochte antwoord is dat in een andere lengte-eenheid is genoteerd. Een lengte-eenheid die zich verhoudt als 1:10 met de eenheid gebruikt voor de lengte van AC.

Het zou ook een onnauwkeurige verwijzing kunnen zijn naar de grootte van ∠ABC. We zien namelijk dat deze hoek ongeveer 33 graden is, wat natuurlijk in de buurt van 30 ligt. Waar wij met groot gemak tot X decimalen achter de komma kunnen rekenen, kon men dat in die tijd nog niet. Combineer deze rekenonnauwkeurigheid met mogelijke meetonnauwkeurigheden en dan is het niet ondenkbaar dat men dacht dat de bijbehorende hoek 30 graden was.

Afbeeldingen en figuren

Bronnen

Hogeschool Utrecht, “Geschiedenis van de wiskunde, opdrachten bij het boek”, 2007

R. Fitzpatrick, “Euclid’s element of geometry”, 2007

Iris van Gulik-Gulikers, “De zeventiende eeuwse landmeter in de klas”, 2003

http://members.lycos.nl/gulikgulikers/L_vanaf%20toren.htm